Разнобой – 2.

В этот "разнобой" мы включили лучшие на наш взгляд задачи XIII Костромского турнира математических боев (6-7 класс, 4 – 9 января 2008 года, г. Кострома).

1) Можно ли число 2008 представить в виде суммы двух неравных натуральных чисел, суммы цифр которых равны?

2) Поезд проехал автопереезд шириной 5 м за 20 секунд, а мимо перрона длиной 200 м проехал за минуту, двигаясь вдвое медленнее. Какова длина поезда?

3) За круглым столом сидят 30 человек: рыцарей (всегда говорят правду) и лжецов (всегда лгут). Каждого спросили "Кто твои соседи?" 15 человек ответило "Оба рыцари", а остальные сказали "Оба лжецы". Какое минимальное количество рыцарей могло сидеть за столом?

4) Есть три деревянных столбика разной высоты. За одну операцию можно от одного из них отпилить кусочек, высота которого равна разности высот двух других. Можно ли за несколько операций сделать все столбики равными по высоте?

5) Вася написал по кругу 8 натуральных чисел, а потом между каждыми двумя числами написал их сумму. Всего получилось 16 чисел. Могли ли этими числами оказаться: $1, 2, 3, 4, \ldots, 15, 16$?

6) Палиндром — натуральное число, которое одинаково читается как слева направо, так и справа налево. Представьте число 2068 в виде суммы двух палиндромов (найдите все решения).

7) В графе 50 вершин, степень каждой равна 2 или 3. Рёбер в графе 61. Можно ли утверждать, что наверняка есть ребро, соединяющее две вершины степени 3?

8) За один ход можно изменить натуральное число следующим образом: прибавить к нему сумму его цифр, а потом вычесть 19. Можно ли за несколько ходов получить из числа 2008 число 2007? из числа 2007 число 2008?

9) В циферблат часов добавили стрелку, которая движется так, что всё время образует равные углы с часовой и минутной стрелками (все стрелки движутся непрерывно, без скачков). Сколько оборотов сделает эта стрелка от полудня до полуночи?

Домашнего задания после "разнобоя" не даётся.

Специальная задача №10.

На доске написано 11 примеров на умножение вида $* \cdot * = *$. Играют двое, по очереди заменяя одну из звёздочек любым числом. При этом начинающий старается сделать как можно больше равенств верными, а второй игрок стремится ему помешать. Какое максимальное количество верных равенств может гарантировать себе первый игрок?
