Гимназия 1543, Вечерняя математическая школа, 7 класс, 22 ноября 2007, занятие 6.

Разнобой.

И тут ему пришла мысль: почему бы не издавать журнал, набитый сплошь такими утками, всякой всячиной, набранной отовсюду понемножку?
Герберт Уэллс

1) Из единичных кубиков составлен кубик размером $3 \times 3 \times 3$. Какое наибольшее число кубиков можно из него удалить так, чтобы при взгляде на оставшуюся фигуру с любой из шести возможных сторон был виден квадрат со стороной 3 без просветов?

2) Какое наименьшее значение может принимать сумма цифр натурального числа, делящегося на 14?

3) Две свечи одинаковой длины зажглись одновременно. Первая может гореть 2 часа, а вторая 8 часов. Через сколько часов одна будет в 2 раза длиннее другой?

4) В Тропарёво-Никулинске построили метрополитен. Там 7 станций, соединённых 16-ю перегонами (две станции соединяются не более чем одним перегоном). Обязательно ли от одной станции можно доехать до другой?

5) Джон и Мэри живут в небоскребе, на каждом этаже которого 10 квартир. Номер этажа Джона равен номеру квартиры Мэри, а сумма номеров их квартир равна 239. Каков номер квартиры Джона?

6) Представьте число 186 в виде суммы трёх различных натуральных слагаемых, сумма любых двух из которых делится на третье.

7) На доске написаны числа: $1, 2, 3, \ldots 10$. За один ход разрешается выбрать любые два из них и заменить каждое на их среднее арифметическое. Можно ли с помощью таких операций сделать все числа одинаковыми?

8) В шестом часу минутная стрелка находится на три минутных деления позади часовой. Который час?

9) ”Во время игры в шахматы у меня осталось фигур в три раза меньше, чем у соперника, и в шесть раз меньше, чем свободных клеток на доске, но все равно я выиграл эту партию!” — сказал Винтик Шпунтику. ”А у меня в одной из партий фигур осталось в пять раз меньше, чем у соперника, и в десять раз меньше, чем свободных клеток на доске, и все-таки я сумел победить!” — в свою очередь рассказал Шпунтик. Чьему рассказу можно верить и почему?

Домашнего задания после ”разнобоя” не даётся.
Отдыхайте. С днём Гимназии!

Специальная задача №6.

Экстрасенс и его помощник выступают перед публикой. Они дают одному из зрителей колоду из 36 карт (4 масти, по 9 карт каждой масти) и просят её как-нибудь сложить. Помощник берёт сложенную колоду, немножко ворошит её в руках и кладёт на стол перед экстрасенсом. Тот называет масть верхней карты, после чего открывает карту, показывает зрителям и сам на неё тоже смотрит. Далее экстрасенс называет масть следующей карты и т. д. Его задача — угадать масть как можно большее число раз.

На самом деле экстрасенс вовсе не экстрасенс, а жулик, и его помощник тоже жулик. Рубашки карт несимметричны, и экстрасенс видит, в каком из двух положений лежит верхняя карта. Помощник экстрасенса видит порядок карт в колоде и, пока несёт колоду на стол, может расположить рубашку каждой из карт тем или иным образом. Но менять порядок карт в колоде помощник не может, — это было бы слишком заметно.

Как экстрасенсу так договориться с помощником (заранее, до сеанса), чтобы гарантированно угадать масти не менее чем у
а) 19 карт; б) 23 карт?
