

Пять на пять? Двадцать пять!

1. а) Докажите, что числа от 1 до 16 можно записать в строку так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа. б) Докажите, что числа от 1 до 16 нельзя записать по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа.

2. Из доски а) 5×5 ; б) 11×11 вырезали угловую клетку. Можно ли оставшуюся часть разрезать на прямоугольники 1×3 ?

3. На доске по кругу написано несколько чисел так, что каждое равно полусумме двух соседних с ним. Докажите, что все числа равны.

4. Для игры в классики на земле нарисован ряд клеток, в которые вписаны по порядку числа от 1 до 10 (см. рис). Маша прыгнула снаружи в клетку 1, затем попрыгала по остальным клеткам (каждый прыжок — на соседнюю по стороне клетку) и выпрыгнула наружу из клетки 10. Известно, что на клетке 1 Маша была 1 раз, на клетке 2 — 2 раза, ..., на клетке 9 — 9 раз. Сколько раз побывала Маша на клетке 10?

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

5. На каждой клетке доски 5×5 сидит жук. В некоторый момент все жуки взлетают и каждый приземляется на соседнюю по **вертикали** клетку этой доски. После этого посчитали количество свободных клеток. Какое наименьшее число могло получиться?

6. Докажите, что сумма квадратов двух нечетных чисел не может быть квадратом натурального числа.

7. Можно ли в квадрате 5×5 закрасить 15 клеток так, чтобы у каждой закрашенной клетки было нечетное число закрашенных соседей?