

Феодалы

0. Между 9 планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим двусторонним маршрутам: Земля–Меркурий, Плутон–Венера, Земля–Плутон, Плутон–Меркурий, Меркурий–Венера, Уран–Нептун, Нептун–Сатурн, Сатурн–Юпитер, Юпитер–Марс, Марс–Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?

1. В стране Семерка 15 городов, каждый из которых соединен дорогами не менее, чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города).

2. 8 шахматистов играют в однокруговой турнир по шашкам. Вечером одного из дней соревнований, попивая чай, каждый из них назвал сколько он сыграл партий на данный момент. Могли ли у них получиться наборы: а) 9, 8, 8, 7, 6, 5, 5, 4; б) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1; в) 5, 5, 4, 4, 2, 2, 2, 2; г) 6, 6, 6, 5, 5, 3, 2, 2?

3. В психиатрической больнице есть главный врач и много сумасшедших. В течение недели каждый сумасшедший один раз в день кусал кого-нибудь (возможно и себя). В конце недели оказалось, что у каждого из больных по два укуса, а у главного врача — сто укусов. Сколько сумасшедших в больнице?

4. Для натуральных x, y, z известно, что $x^2 + y^2 = z^2$. Докажите, что хотя бы одно из них делится на 5.

5. Пусть a и b некоторые положительные действительные числа, причём $a > b$. Какая из дробей — a/b или b/a — меньше отличается от числа 1?

6. Можно ли нарисовать на плоскости 9 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?

7. Сколько существует способов выпилить из шахматной доски прямоугольник, идущим по границам клеточек? (Можно вырезать из середины.)

В 2006 году Плутон перестал быть планетой, став карликовой планетой.

Материалы, а также полезная информация есть на сайте:

<http://www.mccme.ru/s43/math/>