

Математический кружок 7 класс

Занятие 12

Абака

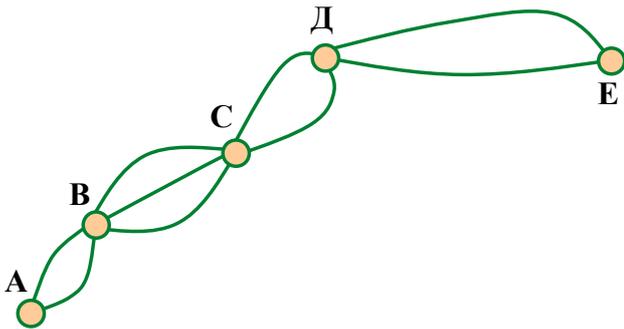
25.12.2008

Абака – это командное соревнование по решению задач. Задачи разделены по темам. За решение каждой задачи команда получает столько баллов, сколько указано в скобках.

Комбинаторика.

(K12) На прямой отмечено 100 синих и n красных точек, причем между любыми двумя одноцветными точками есть точка другого цвета. Чему может быть равно n ?

(K18) На рисунке показана схема расположения тропинок и полянок (А, В, С, Д, Е) в Дремучем лесу. Жители дремучего леса подсчитали, сколько существует способов попасть с полянки А на полянку Е, побывав на полянках В, С и Д по одному разу, и им показалось, что это слишком маленькое число. Поэтому они решили протоптать еще две тропинки так, чтобы способов стало ровно 40. Между какими парами полянок следует протоптать тропинки?



(K24) Сколькими способами можно расставить четыре буквы: А, Б, В, Г в некоторых клетках квадрата 4×4 так, чтобы в каждой горизонтали и каждой вертикали стояло по букве?

(K30) На окружности отмечено 10 точек. Сколько существует незамкнутых несамопересекающихся девятизвенных ломаных с вершинами в этих точках?

(K36) Есть десять шариков трёх цветов. Известно, что существует ровно 360 способов поставить их в ряд. Сколько шариков каждого цвета может быть?

Логика.

(Л12) В правительстве – 20 министров. По крайней мере один из них честен. В каждой паре министров хотя бы один продажен. Сколько честных министров в правительстве?

(Л18) Сидят много (десять) попугаев. Разговаривают:

первый: второй попугай – лживый (т.е. всегда говорит ложь);

второй: третий попугай – лживый;

...

предпредпоследний: предпоследний попугай – лживый;

предпоследний: последний попугай – корова!

последний попугай: я не корова!

Кто есть кто?

(Л24) Таня задумала число. Одно из следующих утверждений о нем неверно, а три верно:

а) оно двузначное;

б) оно простое;

в) оно является квадратом натурального числа;

г) оно делится на 5.

Какое число было задумано?

(Л 30) В забеге участвовали 100 человек, причём никакие двое не прибежали одновременно. Каждого спросили, каким он прибежал, и каждый дал ответ от 1 до 100. Сумма всех ответов оказалась 4000. Какое наименьшее число ложных утверждений может быть

(Л 36) По кругу сидят 2007 рыцарей и лжецов. Каждый заявил, что его соседи – лжец и рыцарь, но два рыцаря при этом ошиблись. Сколько лжецов среди присутствующих?

Числа.

(Ч12) Тима заменил каждую букву в алфавите её номером и записал таким шифром слово русского языка из пяти букв. Расшифруйте это слово, если у Тимы получилось 121121

(Ч18) Найдите наименьшее натуральное число, квадрат которого делится на 2009.

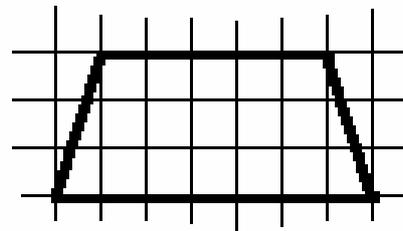
(Ч24) Найдите наименьшее составное число, которое не делится ни на одно из чисел от 2 до 10.

(Ч30) На какую наибольшую натуральную степень числа 2009 делится 2009! (Напомним, что $2009! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2007 \cdot 2008 \cdot 2009$)

(Ч36) Найдите НОД всех шестизначных палиндромов (то есть чисел, которые не изменяются при написании в обратном порядке)

Геометрия.

(Г12) Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на три равных части. (Части называются равными, если они совпадают при наложении)



(Г18) Какое наименьшее число звеньев может быть у ломаной, которая пересекает каждое свое звено ровно два раза?

(Г24) Разрезать квадрат со стороной 4 клетки, на прямоугольники сумма периметров которых равна 25.

(Г30) Газету 8 раз сложили пополам (поочередно вдоль и поперек), после чего оторвали от нее 4 угла. Если теперь развернуть газету, то сколько в ней будет дырок?

(Г36) Клетчатый прямоугольник шириной в одну клетку называется полоской. При каких натуральных n прямоугольник размером $101 \times n$ можно разрезать на попарно различные полоски? (полоски могут быть и горизонтальными, и вертикальными).

Дед Мороз.

(М12) В новогоднюю ночь Дед Мороз поставил на подоконнике в ряд (слева направо) крокус кактус и фикус. Каждое утро Ваня, вытирая пыль, меняет местами цветок справа и цветок в центре. Днем Таня, поливая цветы, меняет местами тот, что в центре, с тем, что слева. В каком порядке будут стоять цветы через 365 дней в следующую новогоднюю ночь?

(М18) Три Деда Мороза и две Снегурочки за 5 минут съедают 10 мандаринов, три Снегурочки и два Деда Мороза за 15 минут – 45 мандаринов. Сколько мандаринов один Дед Мороз и одна Снегурочка съедят всего за минуту?

(М24) Дано число: 123456789101112... . Какие цифры стоят на 2008-м и 2009 местах?

(М30) Дед Мороз пришел в детский сад раздавать детям конфеты. Он обнаружил, что хотя мальчиков в саду больше, чем девочек, он может все конфеты раздать поровну мальчикам, а может все конфеты раздать поровну девочкам. Дед Мороз, разумеется, раздал конфеты всем детям – каждому досталось по три. А если бы он и впрямь стал раздавать конфеты только девочкам, сколько бы получила каждая?

(М36) В большую шкатулку положили 9 шкатулок поменьше. В каждую из вложенных шкатулок либо положили 9 еще поменьше, либо ничего не положили. В каждую из меньших опять положили или 9, или ни одной, и т.д. После этого оказалось ровно 251 шкатулка с содержимым. А сколько пустых?