

Хорошая

1. Имеются натуральные числа n и a . Известно, что a^2 при делении на n дает остаток 8, а a^3 — остаток 25. Найдите n .
2. К натуральному числу N прибавили наибольший его делитель, меньший N , и получили степень десятки. Найдите все такие N .
3. Найдите все простые p такие, что $p^6 + 6$ — простое.
4. Докажите, что из произведения $1! \cdot 2! \cdot \dots \cdot 100!$ можно вычеркнуть один из факториалов так, чтобы оставшееся число было точным квадратом.
5. На каждом поле таблицы $n \times n$ стоит буква. Известно, что все строки различны. Докажите, что существует столбец, после удаления которого все строки останутся различными.
6. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектрисы углов $\angle A$ и $\angle C$ пересекаются на диагонали BD . Докажите, что биссектрисы углов $\angle B$ и $\angle D$ пересекаются на диагонали AC .
7. а) Докажите, что в выпуклом n -угольнике нельзя провести более $n - 3$ диагоналей, не имеющих общих внутренних точек. *Вопрос: можно ли в n -угольнике провести $n - 3$ непересекающиеся диагонали?*
б*) В выпуклом n -угольнике проведено несколько диагоналей. Проведенная диагональ называется *хорошей*, если она пересекается (по внутренним точкам) ровно с одной из других проведенных диагоналей. Найдите наибольшее возможное количество хороших диагоналей.