

Треугольники и четырехугольники. Начальные понятия.

1. Признаки равенства треугольников. Признаки равенства прямоугольных треугольников.
2. Равнобедренный треугольник. Свойства (равенство углов при основании и совпадение медианы, биссектрисы и высоты) и признаки (4 теоремы, обратные свойства).
3. Параллельные прямые. Определение, свойства, признаки. Аксиома параллельных.
4. Теорема о сумме углов треугольника и ее следствия: теоремы о внешнем угле треугольника; о сумме углов выпуклого многоугольника и о сумме внешних углов выпуклого многоугольника.
5. Теоремы о большей стороне и большем угле треугольника. Неравенство треугольника. Теорема о длине ломаной.
6. ГМТ: окружность, серединный перпендикуляр, биссектриса угла, ГМТ, из которых данный отрезок виден под данным углом. Окружность Аполлония.
7. Основные построения циркулем и линейкой:
 - построение угла, равного данному; биссектрисы угла;
 - построение прямой, параллельной (перпендикулярной) данной и проходящей через данную точку;
 - построение касательной к данной окружности из данной точки;
 - построение общей касательной к двум данным окружностям;
 - деление отрезка на n равных частей и в данном отношении;
 - построение четвертого пропорционального;
 - построение среднего геометрического;
8. Параллелограмм: определение, свойства, признаки.
9. Прямоугольник, ромб, квадрат: определения, свойства, признаки.
10. Средняя линия треугольника. Свойство середин сторон четырехугольника.
11. Трапеция. Свойство средней линии трапеции. Свойства и признаки равнобокой трапеции. Лемма о трапеции: точка пересечения диагоналей, точка пересечения боковых сторон и середины оснований трапеции лежат на одной прямой.

Замечательные точки и линии треугольника.

12. Сердинный перпендикуляр к отрезку как ГМТ. Описанная окружность треугольника.
13. Биссектриса угла как ГМТ. Окружность, вписанная в треугольник. Внеписанная окружность треугольника.
14. Теорема о пересечении медиан треугольника.
15. Ортоцентр: доказательство существования и свойства: точки, симметричные ортоцентру относительно стороны треугольника и относительно середины стороны треугольника; $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OH}$. Ортотреугольник. Высоты треугольника делят углы ортотреугольника пополам.
16. Прямая Эйлера и окружность девяти точек.
17. Точки Жергонна и Нагеля.
18. Точка Торричелли и задача Ферма.
19. Прямая Симсона.

Метрические соотношения. Площадь.

20. Понятие площади. Площадь прямоугольника.
21. Вывод формул для вычисления площади параллелограмма (по стороне и высоте и по двум сторонам и углу), треугольника (6 формул), трапеции, выпуклого четырехугольника (по диагоналям и углу между ними). Формула Брахмагупты.
22. Теорема Пифагора. Обратная теорема. Средние геометрические в прямоугольном треугольнике.
23. Теоремы Чевы, Менелая и Ван-Обеля. Обратные теоремы.
24. Свойство биссектрисы треугольника. Формулы длины биссектрисы треугольника.
25. Формулы радиусов окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c , и его внеписанных окружностей.
26. Теорема косинусов. Формула длины медианы треугольника. Теорема о сумме квадратов диагоналей параллелограмма.
27. Теорема синусов.
28. Соотношения между стороной правильного многоугольника и радиусами вписанной и описанной окружностей. Площадь описанного многоугольника.
29. Длина окружности. Формула длины дуги окружности. Площадь круга и его частей.

Векторы и координаты

30. Направления. Направленные отрезки. Векторы. Коллинеарные векторы.
31. Сложение векторов и умножение вектора на число. Их свойства. Вычитание векторов.
32. Теоремы о коллинеарных векторах и о разложении вектора по базису. Разложение вектора \vec{OC} по базису \vec{OA} и \vec{OB} , где C – точка отрезка \vec{AB} .
33. Центр масс.
34. Скалярное произведение векторов. Определение, геометрический смысл, свойства. Условие равенства нулю.
35. Координаты вектора. Формулы длины вектора и расстояния между точками, координаты середины отрезка и точки, делящей отрезок в данном отношении. Сложение, умножение на число и скалярное произведение в координатах.
36. Уравнения прямой и окружности. Формулы угла между прямыми и расстояния от точки до прямой.

Окружность

37. Окружность. Теорема о диаметре, перпендикулярном хорде и обратная ей. Равенство дуг, заключенных между параллельными хордами.
38. Касательная к окружности: определение, свойство, признак. Равенство отрезков касательных. Критерии описанного четырехугольника.
39. Вписанный и центральный углы. Теорема о вписанном угле и ее следствия. Угол между касательной и хордой. Критерии вписанного четырехугольника.
40. Углы между хордами и между секущими.
41. Теоремы о пропорциональных отрезках хорд и секущих. Теорема о квадрате касательной. Обратные к ним теоремы.
42. Теорема Птолемея.
43. Теорема о бабочке.
44. Степень точки. Радиальная ось и радикальный центр: доказательство существования и построение.
45. Формула Эйлера для расстояния между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника.

Преобразования плоскости

46. Определение и общие свойства движений. Виды движений и их свойства. Теорема Шаля.
47. Теорема Фалеса. Обобщенная теорема Фалеса.
48. Преобразования подобия и их свойства. Гомотетия и ее свойства.
49. Признаки подобия треугольников.
50. Теорема о подобии.
51. Аффинные преобразования: определение и свойства (включая сохранение отношения площадей). Теорема о представимости АП в виде композиции сжатия к прямой и преобразования подобия.
52. Теорема о подобии.