

### Свойства и признаки вписанных четырехугольников.

1. ! Какому условию должен удовлетворять параллелограмм, чтобы около него можно было описать окружность?
2. ! Докажите, что около трапеции можно описать окружность тогда и только тогда, когда эта трапеция равнобокая.
3. Из точки М, расположенной внутри острого угла с вершиной А, опущены перпендикуляры МВ и МС на его стороны. Докажите равенство углов МАС и МВС.
4. Сторона AD вписанного четырехугольника ABCD является диаметром описанной окружности, М – точка пересечения диагоналей, Р – проекция точки М на AD. Докажите, что М – центр окружности, вписанной в треугольник ВСР.
5. АВ и CD – диаметры одной окружности. Из точки М этой окружности опущены перпендикуляры МР и MQ на прямые АВ и CD. Докажите, что длина отрезка PQ не зависит от положения точки М.
6. Вершины чертежного угольника скользят по сторонам прямого угла. Найдите траекторию вершины прямого угла угольника.
7. Теорема Мансиона. Докажите, что отрезок, соединяющий центры вписанной и невписанной окружностей треугольника, делится описанной окружностью пополам.
8. В треугольнике ABC  $\angle B = 60^\circ$ , биссектрисы AD и CE пересекаются в точке О. Докажите, что  $OD = OE$ .
9. Докажите, что хорды двух пересекающихся окружностей, соединяющие концы двух секущих, проходящих через точки пересечения, параллельны между собой.

### Домашнее задание на 11.09

1. Докажите, что четыре круга, построенные на сторонах выпуклого четырехугольника как на диаметрах, покрывают весь четырехугольник.
2. Окружность радиуса R делится точками А, В и С на дуги, угловые величины которых относятся как 1 : 2 : 3. Найдите стороны треугольника ABC.
3. Рассмотрим четыре сегмента, отсекаемых от окружности вписанным в нее четырехугольником и расположенных вне этого четырехугольника. Найдите сумму углов, вписанных в эти сегменты.
4. ! Докажите, что радиус описанной окружности, проведенный к вершине треугольника, и опущенная из той же вершины высота образуют равные углы с боковыми сторонами.
5. Пусть О – центр описанной около треугольника ABC окружности,  $\angle AOC = 60^\circ$ . Найдите угол AMC, где М – центр окружности, вписанной в треугольник ABC.