Скалярное произведение в задачах-2
20.10.12

1. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина BC, точка N — середина CD. Диагональ D пересекает отрезок AM в точке E, а отрезок AN —- в точке F. Найдите EF и EN, если известно, что $AB = 8$, $AD = 5$, $\angle BAD = 60^\circ$
2. В параллелограмме $ABCD$ K —- середина BC, M — середина CD. Найдите AD, если $AK = 6$, $AM = 3$, $\angle KAM = 60^\circ$.
3. Докажите, что $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$, где O — центр описанной окружности, а H — ортоцентр треугольника ABC.
4. Докажите, что для произвольных точек A, B, C, D имеют место равенства: а) $AB \cdot CD + AD \cdot BC + CA \cdot BD = 0$; b)$2AC \cdot BD = AD^2 + BC^2 - AB^2 - CD^2$.
5. а) *Теорема Лейбница.* Медианы треугольника ABC пересекаются в точке M. Докажите, что для произвольной точки X плоскости выполняется равенство $XA^2 + XB^2 + XC^2 = 3XM^2 + AM^2 + BM^2 + CM^2$. b) Найдите точку, сумма квадратов расстояний от которой до вершин данного треугольника принимает наименьшее возможное значение.

Домашнее задание
на 23.10.12

1. Докажите, что диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны тогда и только тогда, когда суммы квадратов его противоположных сторон равны.
2. Докажите, что из пяти векторов всегда можно выбрать два так, чтобы длина их суммы не превосходила длину суммы остальных трех.
3. Даны три точки A, B, C. Докажите, что равенство $AC^2 + BC^2 = \frac{1}{2}AB^2$ выполняется тогда и только тогда, когда точка C является серединой отрезка AB.
4. Точки M и делят стороны BC и CD параллелограмма $ABCD$ в отношениях $BM : MC = 2 : 1$, $CK : KD = 3 : 2$. Отрезки AM и BD пересекаются в точке N. Найдите длину отрезка NK и $\cos\angle NKC$, если $AB = BM = 4$, $\angle = 120^\circ$.

Скалярное произведение в задачах-2
20.10.12

1. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина BC, точка N — середина CD. Диагональ D пересекает отрезок AM в точке E, а отрезок AN —- в точке F. Найдите EF и EN, если известно, что $AB = 8$, $AD = 5$, $\angle BAD = 60^\circ$
2. В параллелограмме $ABCD$ K —- середина BC, M — середина CD. Найдите AD, если $AK = 6$, $AM = 3$, $\angle KAM = 60^\circ$.
3. Докажите, что $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$, где O — центр описанной окружности, а H — ортоцентр треугольника ABC.
4. Докажите, что для произвольных точек A, B, C, D имеют место равенства: а) $AB \cdot CD + AD \cdot BC + CA \cdot BD = 0$; b)$2AC \cdot BD = AD^2 + BC^2 - AB^2 - CD^2$.
5. а) *Теорема Лейбница.* Медианы треугольника ABC пересекаются в точке M. Докажите, что для произвольной точки X плоскости выполняется равенство $XA^2 + XB^2 + XC^2 = 3XM^2 + AM^2 + BM^2 + CM^2$. b) Найдите точку, сумма квадратов расстояний от которой до вершин данного треугольника принимает наименьшее возможное значение.

Домашнее задание
на 23.10.12

1. Докажите, что диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны тогда и только тогда, когда суммы квадратов его противоположных сторон равны.
2. Докажите, что из пяти векторов всегда можно выбрать два так, чтобы длина их суммы не превосходила длину суммы остальных трех.
3. Даны три точки A, B, C. Докажите, что равенство $AC^2 + BC^2 = \frac{1}{2}AB^2$ выполняется тогда и только тогда, когда точка C является серединой отрезка AB.
4. Точки M и делят стороны BC и CD параллелограмма $ABCD$ в отношениях $BM : MC = 2 : 1$, $CK : KD = 3 : 2$. Отрезки AM и BD пересекаются в точке N. Найдите длину отрезка NK и $\cos\angle NKC$, если $AB = BM = 4$, $\angle = 120^\circ$.

1. Докажите, что сумма квадратов сторон четырехугольников равна сумме квадратов его диагоналей тогда и только тогда, когда он является параллелограммом.
2. В окружность радиуса R вписан правильный треугольник ABC. Пусть M -– произвольная точка окружности. Вычислите $MA^2 + MB^2 + MC^2$.
3. В треугольнике ABC $\angle = 60^\circ$, AD -– медиана, точка E делит сторону AC в отношении $CE : EA = 1 : 3$, $AD \perp BE$, $AB = 2$. Найдите BC.

1. Докажите, что сумма квадратов сторон четырехугольников равна сумме квадратов его диагоналей тогда и только тогда, когда он является параллелограммом.
2. В окружность радиуса R вписан правильный треугольник ABC. Пусть M -– произвольная точка окружности. Вычислите $MA^2 + MB^2 + MC^2$.
3. В треугольнике ABC $\angle = 60^\circ$, AD -– медиана, точка E делит сторону AC в отношении $CE : EA = 1 : 3$, $AD \perp BE$, $AB = 2$. Найдите BC.

1. Докажите, что сумма квадратов сторон четырехугольников равна сумме квадратов его диагоналей тогда и только тогда, когда он является параллелограммом.
2. В окружность радиуса R вписан правильный треугольник ABC. Пусть M -– произвольная точка окружности. Вычислите $MA^2 + MB^2 + MC^2$.
3. В треугольнике ABC $\angle = 60^\circ$, AD -– медиана, точка E делит сторону AC в отношении $CE : EA = 1 : 3$, $AD \perp BE$, $AB = 2$. Найдите BC.

1. Докажите, что сумма квадратов сторон четырехугольников равна сумме квадратов его диагоналей тогда и только тогда, когда он является параллелограммом.
2. В окружность радиуса R вписан правильный треугольник ABC. Пусть M -– произвольная точка окружности. Вычислите $MA^2 + MB^2 + MC^2$.
3. В треугольнике ABC $\angle = 60^\circ$, AD -– медиана, точка E делит сторону AC в отношении $CE : EA = 1 : 3$, $AD \perp BE$, $AB = 2$. Найдите BC.

1. Докажите, что сумма квадратов сторон четырехугольников равна сумме квадратов его диагоналей тогда и только тогда, когда он является параллелограммом.
2. В окружность радиуса R вписан правильный треугольник ABC. Пусть M -– произвольная точка окружности. Вычислите $MA^2 + MB^2 + MC^2$.
3. В треугольнике ABC $\angle = 60^\circ$, AD -– медиана, точка E делит сторону AC в отношении $CE : EA = 1 : 3$, $AD \perp BE$, $AB = 2$. Найдите BC.

1. Докажите, что сумма квадратов сторон четырехугольников равна сумме квадратов его диагоналей тогда и только тогда, когда он является параллелограммом.
2. В окружность радиуса R вписан правильный треугольник ABC. Пусть M -– произвольная точка окружности. Вычислите $MA^2 + MB^2 + MC^2$.
3. В треугольнике ABC $\angle = 60^\circ$, AD -– медиана, точка E делит сторону AC в отношении $CE : EA = 1 : 3$, $AD \perp BE$, $AB = 2$. Найдите BC.

1. Докажите, что сумма квадратов сторон четырехугольников равна сумме квадратов его диагоналей тогда и только тогда, когда он является параллелограммом.
2. В окружность радиуса R вписан правильный треугольник ABC. Пусть M -– произвольная точка окружности. Вычислите $MA^2 + MB^2 + MC^2$.
3. В треугольнике ABC $\angle = 60^\circ$, AD -– медиана, точка E делит сторону AC в отношении $CE : EA = 1 : 3$, $AD \perp BE$, $AB = 2$. Найдите BC.

Скалярное произведение в задачах-2

20.10.12

1. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина BC, точка N — середина CD. Диагональ D пересекает отрезок AM в точке E, а отрезок AN —- в точке F. Найдите EF и EN, если известно, что $AB = 8$, $AD = 5$, $\angle BAD = 60^\circ$
2. В параллелограмме $ABCD$ K —- середина BC, M — середина CD. Найдите AD, если $AK = 6$, $AM = 3$, $\angle KAM = 60^\circ$.
3. Докажите, что $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$, где O — центр описанной окружности, а H — ортоцентр треугольника ABC.
4. Докажите, что для произвольных точек A, B, C, D имеют место равенства: a) $AB \cdot CD + AD \cdot BC + CA \cdot BD = 0$; b)$2AC \cdot BD = AD^2 + BC^2 - AB^2 - CD^2$.
5. a) *Теорема Лейбница.* Медианы треугольника ABC пересекаются в точке M. Докажите, что для произвольной точки X плоскости выполняется равенство $XA^2 + XB^2 + XC^2 = 3XM^2 + AM^2 + BM^2 + CM^2$. b) Найдите точку, сумма квадратов расстояний от которой до вершин данного треугольника принимает наименьшее возможное значение.

Домашнее задание

на 23.10.12

1. Докажите, что диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны тогда и только тогда, когда суммы квадратов его противоположных сторон равны.
2. Докажите, что из пяти векторов всегда можно выбрать два так, чтобы длина их суммы не превосходила длину суммы остальных трех.
3. Даны три точки A, B, C. Докажите, что равенство $AC^2 + BC^2 = \frac{1}{2}AB^2$ выполняется тогда и только тогда, когда точка C является серединой отрезка AB.
4. Точки M и делят стороны BC и CD параллелограмма $ABCD$ в отношениях $BM : MC = 2 : 1$, $CK : KD = 3 : 2$. Отрезки AM и BD пересекаются в точке N. Найдите длину отрезка NK и $\cos \angle NKC$, если $AB = BM = 4$, $\angle = 120^\circ$.