

Радикальная ось (18.09)

1. Докажите, что степень точки P относительно окружности с центром O равна разности квадратов PO и радиуса окружности.
2. Докажите, что квадрат биссектрисы треугольника равен произведению сторон, ее заключающих, без произведения отрезков третьей стороны, на которые она разделена биссектрисой: $l^2 = ab - a_c b_c$.
3. Теорема Птолемея. Произведение длин диагоналей вписанного в окружность четырехугольника равно сумме произведений длин двух пар его противоположных сторон.
4. Дан параллелограмм $ABCD$. Окружность, проходящая через точку A , пересекает отрезки AB , AC и AD в точках P , Q , R соответственно. Докажите, что $AP \cdot AB + AR \cdot AD = AQ \cdot AC$.
5. Теорема о бабочке. Пусть через точку M , являющуюся серединой хорды PQ некоторой окружности, проведены две произвольные хорды AB и CD . Хорды AD и BC пересекают отрезок PQ в точках X и Y . Тогда точка M является серединой отрезка XY .

Домашнее задание на 22.09

1. Две окружности пересекаются в точках A и B . Проведены хорды AC и AD , причем хорда одной окружности касается другой окружности. Найдите AB , если $CB = a$, $BD = b$.
2. Две окружности пересекаются в точках A и B ; MN – общая касательная к ним. Докажите, что прямая AB делит отрезок MN пополам.
3. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC больше диагонали BD ; M – такая точка диагонали AC , что четырехугольник $BCDM$ вписанный. Докажите, что прямая BD является общей касательной к описанным окружностям треугольников ABM и ADM .
4. Из точки вне окружности проведены касательные и секущая, причем точки касания и точки пересечения секущей с окружностью являются вершинами некоторой трапеции. Найдите отношение оснований трапеции, если известно, что угол между касательными равен 60° .