

Центр масс(16.02)

- а) Пусть O – центр масс системы материальных точек $A_1m_1, A_2m_2, \dots, A_nm_n$. Докажите, что для произвольной точки X выполняется равенство $\vec{XO} = \frac{m_1\vec{A_1O} + m_2\vec{A_2O} + \dots + m_n\vec{A_nO}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$. б) Пусть для некоторой точки X выполняется равенство из пункта а). Тогда O – центр масс системы материальных точек $A_1m_1, A_2m_2, \dots, A_nm_n$.
- Докажите существование и единственность центра масс произвольной системы материальных точек.
- Докажите правила рычага и группировки.
- Докажите, что положение центра масс системы точек не изменится, если все массы увеличить в одно и то же число раз.
- Докажите, что центр масс нескольких точек, лежащих на одной прямой, принадлежит той же прямой.
- На сторонах LK и LM треугольника KLM взяты такие точки A и B , что $LA = 3AK, LB = 4BM$. C – точка пересечения прямых AM и KB . Вычислите отношение площадей треугольников KLM и KMC .
- Известны длины сторон треугольника ABC : $AB = c, AC = b, BC = a$. В каком отношении центр вписанной окружности треугольника ABC делит биссектрису AA_1 ?
- Из четырех точек A, B, C, D никакие три не лежат на одной прямой; M и N – середины отрезков AB и CD ; K – середина отрезка MN ; P – точка пересечения медиан треугольника BCD . Докажите, что точки A, K и P лежат на одной прямой.

Домашнее задание на 19.02

- Около окружности описан четырехугольник $ABCD$. Отрезки, соединяющие точки касания с окружностью его противоположных сторон, пересекаются в точке O . В каких отношениях они делятся этой точкой, если длины отрезков касательных, проведенных из точек A, B, C и D к окружности, равны соответственно a, b, c и d ?
- Докажите с помощью центра масс теоремы а) Чевы; б) Менелая; в) Жергона.
- Вневписанная окружность касается стороны BC треугольника ABC в точке T , продолжения стороны AB в точке P и продолжения стороны AC в точке Q . Отрезки PC и BQ пересекаются в точке M . Докажите, что точки A, M и T лежат на одной прямой.
- Пьяный столяр сделал шахматную доску в форме выпуклого четырехугольника вместо квадрата. Протрезвав, он разделил каждую его сторону на 8 равных частей и твердой рукой соединил соответствующие точки деления. Докажите, что 14 получившихся отрезков делятся в точках пересечения на 8 равных частей.
- Точки A, B, C – центры вневписанных окружностей треугольника MNP , стороны MN, NP и PM которого равны соответственно p, m и n . Докажите, что центром масс системы точек M, N и P с массами m, n и p соответственно является точка пересечения высот треугольника ABC .

Центр масс(16.02)

- а) Пусть O – центр масс системы материальных точек $A_1m_1, A_2m_2, \dots, A_nm_n$. Докажите, что для произвольной точки X выполняется равенство $\vec{XO} = \frac{m_1\vec{A_1O} + m_2\vec{A_2O} + \dots + m_n\vec{A_nO}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$. б) Пусть для некоторой точки X выполняется равенство из пункта а). Тогда O – центр масс системы материальных точек $A_1m_1, A_2m_2, \dots, A_nm_n$.
- Докажите существование и единственность центра масс произвольной системы материальных точек.
- Докажите правила рычага и группировки.
- Докажите, что положение центра масс системы точек не изменится, если все массы увеличить в одно и то же число раз.
- Докажите, что центр масс нескольких точек, лежащих на одной прямой, принадлежит той же прямой.
- На сторонах LK и LM треугольника KLM взяты такие точки A и B , что $LA = 3AK, LB = 4BM$. C – точка пересечения прямых AM и KB . Вычислите отношение площадей треугольников KLM и KMC .
- Известны длины сторон треугольника ABC : $AB = c, AC = b, BC = a$. В каком отношении центр вписанной окружности треугольника ABC делит биссектрису AA_1 ?
- Из четырех точек A, B, C, D никакие три не лежат на одной прямой; M и N – середины отрезков AB и CD ; K – середина отрезка MN ; P – точка пересечения медиан треугольника BCD . Докажите, что точки A, K и P лежат на одной прямой.

Домашнее задание на 19.02

- Около окружности описан четырехугольник $ABCD$. Отрезки, соединяющие точки касания с окружностью его противоположных сторон, пересекаются в точке O . В каких отношениях они делятся этой точкой, если длины отрезков касательных, проведенных из точек A, B, C и D к окружности, равны соответственно a, b, c и d ?
- Докажите с помощью центра масс теоремы а) Чевы; б) Менелая; в) Жергона.
- Вневписанная окружность касается стороны BC треугольника ABC в точке T , продолжения стороны AB в точке P и продолжения стороны AC в точке Q . Отрезки PC и BQ пересекаются в точке M . Докажите, что точки A, M и T лежат на одной прямой.
- Пьяный столяр сделал шахматную доску в форме выпуклого четырехугольника вместо квадрата. Протрезвав, он разделил каждую его сторону на 8 равных частей и твердой рукой соединил соответствующие точки деления. Докажите, что 14 получившихся отрезков делятся в точках пересечения на 8 равных частей.
- Точки A, B, C – центры вневписанных окружностей треугольника MNP , стороны MN, NP и PM которого равны соответственно p, m и n . Докажите, что центром масс системы точек M, N и P с массами m, n и p соответственно является точка пересечения высот треугольника ABC .