

## Преобразования графиков-4

### Модули

84. Постройте графики функций: а)  $y = 1 - \sqrt{x}$ ; б)  $y = |1 - \sqrt{x}|$ ; в)  $y = 1 - \sqrt{|x|}$ .

*Теорема 9.* График функции  $y = |f(x)|$  получается из графика функции  $y = f(x)$  следующим образом: все части графика выше оси  $Ox$  остаются без изменения, а части ниже оси  $Ox$  отражаются относительно этой оси.

*Теорема 10.* График функции  $y = f(|x|)$  получается из графика функции  $y = f(x)$  следующим образом: часть графика правее оси  $Oy$  остается без изменения, часть графика слева от оси  $Oy$  удаляется и заменяется правой частью графика, отражённой относительно оси  $Oy$ .

*Замечание.* Графики многих функций могут быть получены несколькими способами. Например, график функции  $y = |x|$  получается из графика  $y = x$  с помощью любой из двух последних теорем. Предложите два различных способа построения графика  $y = |x - 4|$

85. Постройте графики: а)  $y = -2|x - 4|$ ; б)  $y = |-2x - 4|$ .
86. Постройте графики: а)  $y = |x^2 - 2x|$ ; б)  $y = x^2 - 2|x|$ ; в)  $y = |x^2 - 2|x||$ .
87. Постройте графики: а)  $y = \sqrt{|-2x| - 4}$ ; б)  $y = \sqrt{|-2x - 4|}$ ; в)  $y = |\sqrt{-2x} - 4|$ .
88. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции  $y = f(x)$ :
- сдвинуть вправо на 3; затем часть графика слева от оси  $Oy$  удалить и заменить правой частью графика, отражённой относительно оси  $Oy$ ;
  - часть графика слева от оси  $Oy$  удалить и заменить правой частью графика, отражённой относительно оси  $Oy$ ; затем весь график сдвинуть вправо на 3;
  - сдвинуть вверх на 3; затем часть графика, расположенную ниже оси  $Ox$ , отразить относительно этой оси;
  - часть графика, расположенную ниже оси  $Ox$ , отразить относительно этой оси; затем сдвинуть график вверх на 3.

89. Постройте графики:

а)  $y = \frac{4x^2 - 8x + 4}{x^2 - 1}$ ; б)  $y = \left| \frac{4x^2 - 8x + 4}{x^2 - 1} \right|$ ; в)  $y = \frac{4x^2 - 8|x| + 4}{x^2 - 1}$ .

90. Постройте графики: а)  $y = |x - 4| - 2$ ; б)  $y = ||x - 4| - 2|$ ; в)  $y = |||x - 4| - 2| - 1|$ .

91. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:

а)  $y = f(x + 3)$ ; в)  $y = f(-|x| + 3)$ ; д\*)  $y = f(-||x| - 3| + 3)$ ;  
 б)  $y = f(-x + 3)$ ; г)  $y = f(-|x - 3| + 3)$ ; е\*)  $y = |f(-||x - 6| - 3| + 3)|$ .

92. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:

а)  $y = |f(2x + 2)|$ ; в)  $y = f(|2x + 2|)$ ; д\*)  $y = f(1 - |2x + 2|)$ ;  
 б)  $y = f(|2x| + 2)$ ; г)  $y = f(|1 - 2x| + 2)$ ; е\*)  $y = |f(1 - 2x)| + 2$ .

93. Почему график функции  $y = f(|x|)$  симметричен относительно оси  $Oy$ , а график функции  $y = |f(x)|$ , вообще говоря, не является симметричным относительно оси  $Ox$ ? Оси всё-таки неравноправны?

94. Как, зная график функции  $y = f(x)$ , построить геометрическое место точек  $|y| = f(x)$ ?

## Множества на плоскости

Теорема 7. График уравнения  $|y| = f(x)$  получается из графика функции  $y = f(x)$  следующим образом: часть графика выше оси  $Ox$  остается без изменения, часть графика ниже оси  $Ox$  удаляется и заменяется верхней частью графика, отражённой относительно оси  $Oy$ .

Постройте геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:

95. а)  $|y| = x^2 - 4x$ ;    б)  $|y| = |x^2 - 4x|$ ;    в)  $|y + 1| = |x^2 - 4x|$ .  
 96. а)  $|y| = x$ ;    б)  $|y| = |x|$ ;    в)  $|y| = 3x - 2$ ;    г)  $|y| = |3x - 2|$ .  
 97. а)  $|y| = \sqrt{|x| - 5}$ ;    б)  $|y| = \sqrt{5 - x}$ ;    в)  $|y - 1| = \sqrt{5 - x}$ .  
 98. а)  $|2y + x - 5| = |4y - 3x + 3|$ ;    б\*)  $y^2 + 6y + 8 = x^2 - 2x$ .  
 99. а)  $(x - 1)(y + 2) = 0$ ;    б)  $(x - 1)(|y| + 2) = 0$ ;    в)  $(|x| - 1)(y + 2) = 0$ ;    г)  
 $|x - 1|(y + 2) = 0$ .  
 100. а)  $|x| + |y| = 4$ ;    б)  $|y| - |x| = 3$ ;    в)  $|x| - |y| = 3$ ;    г)  $||x| - |y|| = 3$ .

### Домашнее задание

Постройте график функции (уравнения):

101. а)  $y = |2x + 3|$ ;    б)  $y = ||2x + 3| - 1|$ ;    в)  $y = |||2x + 3| - 1| - 2|$ .  
 102. а)  $y = |x^2 - 6x + 5|$ ;    б)  $y = x^2 - 6|x| + 5$ ;    в)  $|y| = x^2 - 6x + 5$ ;    г)  $|y| = |x^2 - 6x + 5|$ .  
 103. а)  $y = \{|x|\}$ ;    б)  $y = [|x|]$ ;    в)  $y = |[x]|$ .  
 104. а)  $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$ ; б)  $y = \left| \frac{2x}{x-1} \right|$ ; в)  $|y| = \frac{2|x|}{|x|-1}$ ; г)  $|y| = \left| \frac{2x}{x-1} \right|$ .  
 105. а)  $y = \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^3 - 5x^2 + 6x}$ ;    б)  $y = \frac{|x|^3 - x^2 - 6|x|}{|x|^3 - 5x^2 + 6|x|}$ ;    в)  $y = - \left| \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^3 - 5x^2 + 6x} \right|$ ;    г)  $|y - 3| = \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^3 - 5x^2 + 6x}$ .  
 106. а)  $y = \left| \sqrt{\frac{x}{2}} - 1 \right|$ ;    б)  $y = \sqrt{\left| \frac{x}{2} \right| - 1}$ ;    в)  $y = \sqrt{\left| \frac{x}{2} \right| - 1}$ .  
 107.  $y = |6 - 3\sqrt{x^2 - 6x + 9}|$ .  
 108. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
 а)  $y = f(|x| - 2)$ ;    в)  $y = |f(x - 2)|$ ;    д)  $y = 2 - f(x)$ ;    ж)  $y = f(2 - |x|)$ .  
 б)  $y = f(|x - 2|)$ ;    г)  $y = ||f(x)| - 2|$ ;    е)  $y = f(2 - x)$ ;

А также ГГЗ 9.52(б,г), 9.53(а), 9.54(а), 9.55(а,в), 9.61(б).

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 1

1. Постройте график функции: а)  $y = -x^2 + 2|x| + 3$ ; б)  $y = ||x - 3| - 4| - 1$ ; в)  $y = [2 - x]$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| - 2)$ ; б)  $y = f(|x - 2|)$ ; в)  $y = |f(x - 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 1

1. Постройте график функции: а)  $y = -x^2 + 2|x| + 3$ ; б)  $y = ||x - 3| - 4| - 1$ ; в)  $y = [2 - x]$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| - 2)$ ; б)  $y = f(|x - 2|)$ ; в)  $y = |f(x - 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 1

1. Постройте график функции: а)  $y = -x^2 + 2|x| + 3$ ; б)  $y = ||x - 3| - 4| - 1$ ; в)  $y = [2 - x]$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| - 2)$ ; б)  $y = f(|x - 2|)$ ; в)  $y = |f(x - 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 2

1. Постройте график функции: а)  $y = x^2 + 3 - 4|x|$ ; б)  $y = ||5 - |x|| - 2$ ; в)  $y = \{\frac{1}{3} - x\}$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| + 2)$ ; б)  $y = f(|x + 2|)$ ; в)  $y = |f(x + 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 2

1. Постройте график функции: а)  $y = x^2 + 3 - 4|x|$ ; б)  $y = ||5 - |x|| - 2$ ; в)  $y = \{\frac{1}{3} - x\}$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| + 2)$ ; б)  $y = f(|x + 2|)$ ; в)  $y = |f(x + 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 2

1. Постройте график функции: а)  $y = x^2 + 3 - 4|x|$ ; б)  $y = ||5 - |x|| - 2$ ; в)  $y = \{\frac{1}{3} - x\}$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| + 2)$ ; б)  $y = f(|x + 2|)$ ; в)  $y = |f(x + 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 3

1. Постройте график функции: а)  $y = ||1 - |x + 3|| - 3|$ ; б)  $y = (|x| - 1)^3 - 2$ ; в)  $y = [\frac{1}{3} - x]$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| + 2)$ ; б)  $y = f(|x + 2|)$ ; в)  $y = |f(x + 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 3

1. Постройте график функции: а)  $y = ||1 - |x + 3|| - 3|$ ; б)  $y = (|x| - 1)^3 - 2$ ; в)  $y = [\frac{1}{3} - x]$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| + 2)$ ; б)  $y = f(|x + 2|)$ ; в)  $y = |f(x + 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 3

1. Постройте график функции: а)  $y = ||1 - |x + 3|| - 3|$ ; б)  $y = (|x| - 1)^3 - 2$ ; в)  $y = [\frac{1}{3} - x]$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| + 2)$ ; б)  $y = f(|x + 2|)$ ; в)  $y = |f(x + 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 3

1. Постройте график функции: а)  $y = ||1 - |x + 3|| - 3|$ ; б)  $y = (|x| - 1)^3 - 2$ ; в)  $y = [\frac{1}{3} - x]$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| + 2)$ ; б)  $y = f(|x + 2|)$ ; в)  $y = |f(x + 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 4

1. Постройте график функции: а)  $y = ||x - 7| - 2| - 3|$ ; б)  $y = (1 + |x|)^2 + 3$ ; в)  $y = \{|x| + \frac{1}{4}\}$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x| - 2)$ ; б)  $y = f(|x - 2|)$ ; в)  $y = |f(x - 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.

### Самостоятельная работа по теме "Графики-1". Вариант 4

1. Постройте график функции: а)  $y = ||x - 7| - 2| - 3|$ ; б)  $y = (1 + |x|)^2 + 3$ ; в)  $y = \{|x| + \frac{1}{4}\}$ .
2. На доске изображен график функции  $y = f(x)$ . Постройте графики функций:  
а)  $y = f(|x - 2|)$ ; б)  $y = f(|x - 2|)$ ; в)  $y = |f(x - 2)|$ ; г)  $y = f(2 - x)$ .
3. На первом чертеже изображен график функции  $y = f(x)$ . Напишите формулу, задающую функцию, график которой изображен на втором чертеже.