

Модуль

Определение и свойства модуля

- 1) $|xy| = |x| \cdot |y|$; 1а) $|x| = |-x|$; 1б) $|x_1 x_2 \dots x_n| = |x_1| \cdot |x_2| \cdot \dots \cdot |x_n|$;
 2) $|x| - |y| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$; 2а) $|x_1 + x_2 + \dots + x_n| \leq |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|$.

1. Решите уравнения и неравенства:

- а) $|x - 1| + |x^2 - 1| + |x^3 - 1| = 0$; г) $|3x - 5| = 4$;
 б) $|3 - 5x| = 3 - 5x$; д) $|3x - 5| < 4$;
 в) $|x^2 - 6x + 5| = |x^2 - 5|$; е) $|3x - 5| \geq 4$.

2. Решите неравенство: $|x + 3| > a$.

Перебор случаев

3. Решите уравнение:

- а) $|5x + 9| - 4x = 3x + 1$; б) $|5 - 2x| + |x + 7| - 3x = 6$; в) $2x - |x - |3x + 8|| = 5 + x$.

4. Решите неравенство: а) $|4 - 3x| < 2x$.

5. Постройте график функции: а) $y = |x| + x$; б) $y = |x - 2| + |2x + 4| - x - 1$.

Геометрический смысл модуля

$|x|$ - это расстояние от x до нуля.

$|x - a|$ - это расстояние от x до a .

Решите уравнения и неравенства:

6. а) $|x - 5| = |x + 7|$; 7. а) $|x - 4| + |x - 6| = 10$;
 б) $|x - 5| < |x + 7|$; б) $|x - 4| + |x - 6| > 10$.
 в) $\left| \frac{x - 5}{x + 7} \right| > 1$.
 8. а) $|x - 4| - |x + 6| = 10$; б) $|x - 4| - |x + 6| = 2$; в) $|x - 4| - |x + 6| = 12$.
 9. а) $|x - 4| - |x + 6| \leq 10$; б) $|x - 4| - |x + 6| \leq 2$.

Задачи для самостоятельного решения

Решите уравнения и неравенства:

10. а) $|2x - 1| = 1 - 2x$; б) $|5x + 2| \leq 8$; в) $2 \leq |4 - x| < 7$.
 11. а) $|x - 3| - |2x + 7| > 4x$; б) $|1 - x| + |4x + 2| - |3x - 5| = 2$.
 12. а) $|x - ||2x - 1| - 3|| = 5$; б)* $|x - |x - |x - |x - 2||| = 2$.

13. Постройте график функции: а) $y = |2 - x| - |2 + x|$; б) $y = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$.

14. При каких значениях параметра:

- а) из неравенства $|x - 4| < a$ следует неравенство $(x + 2)(x - 12) < 0$;
 б) из неравенства $(x + 2)(x - 12) < 0$ следует неравенство $|x - 4| < a$;
 в) из неравенства $x + 2a \geq 1$ следует неравенство $3 < |x - 3| < 5$?

15*. Докажите неравенство: $|x| + |y| + |z| \leq |x + y - z| + |x - y + z| + |-x + y + z|$.

16*. Докажите, что если $a + b + c + d > 0$, $a > c$, $b > d$, то $|a + b| > |c + d|$.

17*. Решите уравнение: $|x - 2| + |x - 1| + |x| + |x + 1| + |x + 2| = 6$

18**. Найдите максимально возможное значение выражения $|\dots||x_1 - x_2| - x_3| - \dots - x_{10}|$, где x_1, x_2, \dots, x_{10} - различные натуральные числа от 1 до 10.

Домашнее задание

19. Решите уравнения:

- а) $|x^2 + 3x| = |x^2 + x + 2|$; б) $|x| - 2|x + 3| = 2x$; в) $||3 - x| - x + 1| + x = 6$.

20. Постройте график функции $y = |x - 4| + 2x - 2$.

21. Используя геометрический смысл модуля, решите уравнения и неравенства:

- а) $|x + 2| \geq |x + 9|$; г) $|x - 4| - |x - 9| = 6$;
 б) $|x - 5| + |x + 7| = 12$; д) $|x - 4| - |x - 9| > 4$;
 в) $|x - 5| + |x + 7| = 20$; е) $|1 - |2x - 4|| = 6$.