

**Геометрия, 9 "В", группа 1, 15 ноября, задачи на урок.**

- 1) Найдите площадь трапеции с высотой 15 и диагоналями 17 и 113.
- 2) Точка  $M$  пересечения медиан треугольника  $ABC$ , очевидно, обладает свойством:  $S_{AMB} = S_{AMC} = S_{CMB}$ . Есть ли на плоскости другие такие точки? Если есть, укажите их.
- 3) На стороне  $AC$  разностороннего треугольника  $ABC$  взята точка  $N$  так, что радиусы вписанных окружностей треугольников  $ABN$  и  $CBN$  равны. Докажите, что  $BN = \frac{AB \cdot CN - BC \cdot AN}{AN - CN}$ .
- 4) Вычислите устно:  $\sqrt{\frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1}{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}}$ .
- 5) Вершины параллелограмма  $ABCD$  соединили с серединами его сторон:  $A$  с серединой  $BC$ ,  $B$  с серединой  $DC$ ,  $C$  с серединой  $AD$ ,  $D$  с серединой  $BA$ . Докажите, что площадь параллелограмма, образовавшегося при проведении этих отрезков равен пятой части площади исходного.
- 6) Дан квадрат  $ABCD$  и точка  $O$ . Известно, что  $OA = OC = 2$ ,  $OB = 6\sqrt{2}$ . Найдите площадь квадрата.
- 7) Стороны вписанного шестиугольника последовательно равны 7, 7, 7, 11, 11, 11. Найдите его площадь.
- 8) В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  точки  $P, Q, R, S$  — середины сторон  $AB, BC, CD, DA$  соответственно, а точки  $K, L$  — середины диагоналей  $AC$  и  $BD$  соответственно. Диагонали пересекаются в точке  $O$ . Внутри четырёхугольника нашлась такая точка  $X$ , что  $OKXL$  — параллелограмм. Докажите, что площади четырёхугольников  $XSAP, XPBQ, XQCR$  и  $XRDS$  равны.
- 9) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $B$  провели высоту  $BH$  и биссектрису  $AE$ , пересекающиеся в точке  $F$ . Отрезки  $CF$  и  $HE$  пересекаются в точке  $G$ . Докажите, что площади четырёхугольника  $BEGF$  и треугольника  $CGH$  равны.
- 10) Через вершину  $C$  прямоугольника  $ABCD$  проведена окружность, касающаяся сторон  $AB$  и  $AD$  в точках  $P$  и  $Q$ . В треугольнике  $CPQ$  высота  $CH = 1$ . Найдите площадь прямоугольника  $ABCD$ .

**Геометрия, 9 "В", группа 1, 15 ноября, домашнее задание.**

- 1) Докажите, что если два треугольника, получающиеся при продолжении сторон выпуклого четырёхугольника, равновелики, то одна из диагоналей четырёхугольника делит другую пополам.
- 2) Дан треугольник  $ABC$  площади  $S$ . Точка  $A$  — середина  $CD$ , точка  $B$  — середина  $AE$ , точка  $C$  — середина  $BF$ . Найдите площадь треугольника  $DEF$ .
- 3) В треугольнике известны стороны  $a$  и  $b$  и угол  $3\varphi$  между ними. Найдите отношение длин триссектрис, проведённых к третьей стороне (триссектрисы делят угол на три равные части).
- 4) Дан выпуклый пятиугольник  $ABCDE$ , в котором  $BC = CD, DE = EA, \angle BCD = \angle DEA = 90^\circ$ . Докажите, что из отрезков  $AC, CE$  и  $EB$  можно сложить треугольник, площадь которого равна площади четырёхугольника  $ABCE$ .