Углы, связанные с окружностью
13.02.12

1. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Две окружности пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная. Докажите, что $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$.

Углы, связанные с окружностью
13.02.12

1. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Две окружности пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная. Докажите, что $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$.

Углы, связанные с окружностью
13.02.12

1. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Две окружности пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная. Докажите, что $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$.

Углы, связанные с окружностью
13.02.12

1. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Две окружности пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная. Докажите, что $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$.

Углы, связанные с окружностью
13.02.12

1. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Две окружности пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная. Докажите, что $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$.

Углы, связанные с окружностью
13.02.12

1. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Две окружности пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная. Докажите, что $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$.

Углы, связанные с окружностью
13.02.12

1. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Две окружности пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная. Докажите, что $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$.

Вариант А.

1. В треугольнике ABC BH — высота (H — на отрезке AC). Из точки H опущены перпендикуляры: HP на AB и HQ на BC. Докажите, что $APQC$ вписан.

2. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.

3. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через A проводится произвольная прямая, пересекающая окружности в точках P и Q. Касательные к окружностям, проведённые в точках P и Q, пересекаются в точке T. Докажите, что $PTQB$ вписан.

Вариант Б.

1. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через A проводится произвольная прямая, пересекающая окружности в точках M и N. Касательные к окружностям, проведённые в точках M и N, пересекаются в точке U. Докажите, что $MUNB$ вписан.

2. В треугольнике ABC AH — высота (H — на отрезке BC). Из точки H опущены перпендикуляры: HP на AB и HQ на AC. Докажите, что $BPQC$ вписан.

3. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC во внешнюю сторону построен квадрат. Докажите, что его центр лежит на биссектрисе угла $\angle ACB$.

Вариант А.

1. В треугольнике ABC BH — высота (H — на отрезке AC). Из точки H опущены перпендикуляры: HP на AB и HQ на BC. Докажите, что $APQC$ вписан.

2. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.

3. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через A проводится произвольная прямая, пересекающая окружности в точках P и Q. Касательные к окружностям, проведённые в точках P и Q, пересекаются в точке T. Докажите, что $PTQB$ вписан.

Вариант Б.

1. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через A проводится произвольная прямая, пересекающая окружности в точках M и N. Касательные к окружностям, проведённые в точках M и N, пересекаются в точке U. Докажите, что $MUNB$ вписан.

2. В треугольнике ABC AH — высота (H — на отрезке BC). Из точки H опущены перпендикуляры: HP на AB и HQ на AC. Докажите, что $BPQC$ вписан.

3. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC во внешнюю сторону построен квадрат. Докажите, что его центр лежит на биссектрисе угла $\angle ACB$.

Вариант А.

1. В треугольнике ABC BH — высота (H — на отрезке AC). Из точки H опущены перпендикуляры: HP на AB и HQ на BC. Докажите, что $APQC$ вписан.

2. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.

3. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через A проводится произвольная прямая, пересекающая окружности в точках P и Q. Касательные к окружностям, проведённые в точках P и Q, пересекаются в точке T. Докажите, что $PTQB$ вписан.

Вариант Б.

1. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через A проводится произвольная прямая, пересекающая окружности в точках M и N. Касательные к окружностям, проведённые в точках M и N, пересекаются в точке U. Докажите, что $MUNB$ вписан.

2. В треугольнике ABC AH — высота (H — на отрезке BC). Из точки H опущены перпендикуляры: HP на AB и HQ на AC. Докажите, что $BPQC$ вписан.

3. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC во внешнюю сторону построен квадрат. Докажите, что его центр лежит на биссектрисе угла $\angle ACB$.

Вариант А.

1. В треугольнике ABC BH — высота (H — на отрезке AC). Из точки H опущены перпендикуляры: HP на AB и HQ на BC. Докажите, что $APQC$ вписан.

2. В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.

3. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через A проводится произвольная прямая, пересекающая окружности в точках P и Q. Касательные к окружностям, проведённые в точках P и Q, пересекаются в точке T. Докажите, что $PTQB$ вписан.

Вариант Б.

1. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через A проводится произвольная прямая, пересекающая окружности в точках M и N. Касательные к окружностям, проведённые в точках M и N, пересекаются в точке U. Докажите, что $MUNB$ вписан.

2. В треугольнике ABC AH — высота (H — на отрезке BC). Из точки H опущены перпендикуляры: HP на AB и HQ на AC. Докажите, что $BPQC$ вписан.

3. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC во внешнюю сторону построен квадрат. Докажите, что его центр лежит на биссектрисе угла $\angle ACB$.

Домашнее задание
на 18.02.12

1. На стороне BC ромба $ABCD$ нашлась точка E такая, что $AE = AD$. Пусть $ED \cap AC = F$. Докажите, что $BEFA$ вписан.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Из точки P к окружности провели касательные PA и PB и секущую PCD. Точка E — середина CD. Докажите, что $PAEB$ вписан.
4. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная (A ближе к CD, чем B). Докажите, что $\angle O_1BO_2 = 2\angle CBD$.
5. Окружность с центром O, вписанная в угол с вершиной P, касается сторон угла в точках B и C. Точка Y вне окружности такова, что $OY \perp YP$. Докажите, что YO — биссектриса $\angle BYA$.
6. а) Две окружности пересекаются в точках A и B. На одной из них выбираются точки P_1 и Q_1. Прямые P_1A и Q_1A вторично пересекают вторую окружность в точках P_2 и Q_2 соответственно. Прямые P_1Q_1 и P_2Q_2 пересекаются в точке C. Докажите, что P_1, P_2, C и B лежат на одной окружности.

   б) Докажите, что центр указанной окружности, точка B и центры исходных окружностей лежат на одной окружности.

Домашнее задание
на 18.02.12

1. На стороне BC ромба $ABCD$ нашлась точка E такая, что $AE = AD$. Пусть $ED \cap AC = F$. Докажите, что $BEFA$ вписан.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Из точки P к окружности провели касательные PA и PB и секущую PCD. Точка E — середина CD. Докажите, что $PAEB$ вписан.
4. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная (A ближе к CD, чем B). Докажите, что $\angle O_1BO_2 = 2\angle CBD$.
5. Окружность с центром O, вписанная в угол с вершиной P, касается сторон угла в точках B и C. Точка Y вне окружности такова, что $OY \perp YP$. Докажите, что YO — биссектриса $\angle BYA$.
6. а) Две окружности пересекаются в точках A и B. На одной из них выбираются точки P_1 и Q_1. Прямые P_1A и Q_1A вторично пересекают вторую окружность в точках P_2 и Q_2 соответственно. Прямые P_1Q_1 и P_2Q_2 пересекаются в точке C. Докажите, что P_1, P_2, C и B лежат на одной окружности.

   б) Докажите, что центр указанной окружности, точка B и центры исходных окружностей лежат на одной окружности.

Домашнее задание
на 18.02.12

1. На стороне BC ромба $ABCD$ нашлась точка E такая, что $AE = AD$. Пусть $ED \cap AC = F$. Докажите, что $BEFA$ вписан.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Из точки P к окружности провели касательные PA и PB и секущую PCD. Точка E — середина CD. Докажите, что $PAEB$ вписан.
4. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная (A ближе к CD, чем B). Докажите, что $\angle O_1BO_2 = 2\angle CBD$.
5. Окружность с центром O, вписанная в угол с вершиной P, касается сторон угла в точках B и C. Точка Y вне окружности такова, что $OY \perp YP$. Докажите, что YO — биссектриса $\angle BYA$.
6. а) Две окружности пересекаются в точках A и B. На одной из них выбираются точки P_1 и Q_1. Прямые P_1A и Q_1A вторично пересекают вторую окружность в точках P_2 и Q_2 соответственно. Прямые P_1Q_1 и P_2Q_2 пересекаются в точке C. Докажите, что P_1, P_2, C и B лежат на одной окружности.

   б) Докажите, что центр указанной окружности, точка B и центры исходных окружностей лежат на одной окружности.

Домашнее задание
на 18.02.12

1. На стороне BC ромба $ABCD$ нашлась точка E такая, что $AE = AD$. Пусть $ED \cap AC = F$. Докажите, что $BEFA$ вписан.
2. В остроугольном треугольнике ABC AH — высота, а O — центр описанной окружности. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.
3. Из точки P к окружности провели касательные PA и PB и секущую PCD. Точка E — середина CD. Докажите, что $PAEB$ вписан.
4. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B, CD — их общая касательная (A ближе к CD, чем B). Докажите, что $\angle O_1BO_2 = 2\angle CBD$.
5. Окружность с центром O, вписанная в угол с вершиной P, касается сторон угла в точках B и C. Точка Y вне окружности такова, что $OY \perp YP$. Докажите, что YO — биссектриса $\angle BYA$.
6. а) Две окружности пересекаются в точках A и B. На одной из них выбираются точки P_1 и Q_1. Прямые P_1A и Q_1A вторично пересекают вторую окружность в точках P_2 и Q_2 соответственно. Прямые P_1Q_1 и P_2Q_2 пересекаются в точке C. Докажите, что P_1, P_2, C и B лежат на одной окружности.

   б) Докажите, что центр указанной окружности, точка B и центры исходных окружностей лежат на одной окружности.