

Геометрия, 8 "А", 17 февраля, домашнее задание.

- 1) На продолжении хорды AB окружности за точку B взята точка C . Из точки C к окружности проведена касательная CD . Известно, что $CB = DB$. Докажите, что $CD = DA$.
- 2) В окружность вписан треугольник ABC (вершины перечислены против часовой стрелки). Пусть M — середина BC и N — середина CA . Пусть NM пересекает стороны AC и BC в точках P и Q . Докажите, что $CP = CQ$.
- 3) Две окружности пересекаются в точках A и B . В точке A провели касательную к первой окружности, и она пересекла вторую в точке C . В точке B провели касательную ко второй окружности, и она пересекла первую в точке D . Докажите, что $AD \parallel BC$.
- 4) В треугольнике ABC провели высоту BH (H на стороне AC). Из точки H опустили перпендикуляры HP и HQ на стороны AB и BC соответственно. Докажите, что $APQC$ вписан.
- 5) (Продолжение.) Пусть M — середина AB , а N — середина BC . Докажите, что $MNQP$ вписан.
- 6) В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и BB_1 , пересекающиеся в точке I . Оказалось, что четырёхугольник IB_1CA_1 вписан. Найдите $\angle ACB$.
- 7) В окружности хорды AB и CD пересекаются под прямым углом. Докажите, что $AC^2 + BD^2 = 4R^2$.
- 8) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ провели биссектрисы всех углов. Биссектрисы углов $\angle A$ и $\angle B$ пересекаются в точке K , углов $\angle B$ и $\angle C$ — в точке L , углов $\angle C$ и $\angle D$ — в точке M и углов $\angle D$ и $\angle A$ — в точке N . Докажите, что $KLMN$ вписан.