Геометрия, 8 ”А”, 3 февраля, домашнее задание.

1) Докажите, что если угол четырёхугольника равен смежному с противоположным, то он вписан. Запомните этот удобный признак.

2) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ $\angle ADB = 50^\circ$, $\angle BDC = 60^\circ$ и $\angle ABC = 70^\circ$. Найдите $\angle ACB$.

3) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ $AB = BC = BD = DA$. Найдите $\angle ACD$.

4) Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O. Известно, что $\angle ABC = \angle AOD$. Докажите, что $BC = CD$.

5) Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H. Высоту CC_1 продлили до пересечения с описанной окружностью треугольника ABC в точке D. Докажите, что C_1 — середина DH.

6) В треугольнике ABC на сторонах AB, BC и AC взяты соответственно точки C', A' и B' так, что отрезки AA', BB' и CC' пересекаются в одной точке M. Докажите, что если четырёхугольники $AB'MC'$ и $BA'MC'$ вписаны, то $CA'MB'$ тоже.

7) Окружность с центром O, вписанная в угол с вершиной P, касается сторон угла в точках B и C. Точка Y вне окружности такова, что $OY \perp YP$. Докажите, что YO — биссектриса $\angle BYA$.

8) В треугольнике ABC проведены высоты AA', BB' и CC', пересекающиеся в точке H. Докажите, что $A'A$ — биссектриса $\angle B'A'C'$.