

Тела вращения.

Цилиндр, конус, усеченный конус

1. Фигура вращения, ось вращения, тело вращения, поверхность вращения.
2. Примеры: сфера, шар, (прямой круговой) конус, (прямой круговой) цилиндр.
3. Цилиндрическая поверхность, направляющая и образующая цилиндрической поверхности.
4. Цилиндр, основания и боковая поверхность цилиндра, образующая цилиндра
5. Прямой круговой цилиндр, радиус, ось, высота и осевое сечение цилиндра.
6. Коническая поверхность, ее вершина, направляющая и образующая, полость, замкнутая коническая поверхность.
7. Конус, вершина, боковая поверхность и основание конуса, образующая и высота конуса
8. Прямой круговой конус, ось и осевое сечение конуса.
9. Усеченный конус, основания и боковая поверхность усеченного конуса, образующая, высота, ось и осевое сечение усеченного конуса.

Задачи

182. Какая фигура является сечением цилиндра плоскостью,
а) параллельной его оси (или содержащим ее);
б) перпендикулярной его оси?
183. Какая фигура является сечением конуса плоскостью,
а) проходящей через его вершину;
б) параллельной его основанию?
184. Какая фигура является сечением усеченного конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса, из которого он получен?
185. Из бумажного прямоугольника склеили боковую поверхность цилиндра. Какие стороны, большие или меньшие, следовало склеить между собой, чтобы получить цилиндр наибольшего объема?
186. Докажите, что плоскость, пересекающая боковую поверхность цилиндра, но не пересекающая его основания, делит ось цилиндра, боковую поверхность и объем в одинаковом отношении.
187. Через вершину конуса проведено сечение наибольшей площади. Оказалось, что площадь этого сечения в два раза больше площади осевого сечения конуса. Найдите угол при вершине осевого сечения конуса (угол между образующими).
188. На изображении цилиндра постройте изображение двух его взаимно перпендикулярных осевых сечений.
189. Планета получена вращением квадрата со стороной a вокруг его диагонали. Маршрут по поверхности этой планеты называется кругосветным, если он замкнут и симметричен относительно центра квадрата. Найдите длину кратчайшего кругосветного маршрута.

Объемы и площади поверхностей тел вращения

Теорема 1. Объем цилиндра $V_{ц.} = \pi R^2 H$.

Теорема 2. Объем конуса $V_{к.} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$.

Теорема 3. Площадь боковой поверхности цилиндра $S_{б.ц.} = 2\pi R H$.

Теорема 4. Площадь боковой поверхности конуса $S_{б.к.} = \pi R l$,

190. Докажите, что площадь боковой поверхности усеченного конуса $S_{у.к.б} = \pi(R+r)l$, объем усеченного конуса $V_{у.к.} = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + Rr + r^2)$.

191. Пусть S – площадь основания конуса, $S_{бок.}$ – площадь его боковой поверхности, α – угол между образующей и плоскостью основания. Докажите, что $S = S_{бок.} \cos \alpha$

192. Развертка конуса представляет собой сектор круга радиуса R с углом α при вершине. Чему равен объем этого конуса?

193. Цилиндр и конус имеют равные основания, равные площади поверхности и равные объемы. Найдите отношение их боковых поверхностей.

194. Радиусы оснований усеченного конуса относятся как 1 : 7. Проведена плоскость, параллельная плоскостям оснований, делящая боковую поверхность усеченного конуса на равновеликие части. В каком отношении делится этой плоскостью его объем?

195. Квадрат со стороной a вращается вокруг прямой l , параллельной его плоскости. Проекция l на плоскость квадрата проходит через середины его противоположных сторон, а расстояние от l до плоскости квадрата равно h . Опишите тело вращения. Найдите площадь его осевого сечения, площадь поверхности и объем.

196. Правильная четырехугольная пирамида вращается вокруг прямой, проходящей через ее вершину параллельно одной из сторон основания. Найдите объем получившегося тела вращения и площадь осевого сечения, если сторона основания равна a , а высота пирамиды равна h .

197. Объем куба равен V . Найдите объем тела, получающегося при вращении этого куба вокруг: а) его диагонали; б) диагонали его боковой грани.

198. Найдите объем тела, полученного при вращении трапеции, основания которой равны 3 и 2, а высота равна 1, вокруг большего основания.

199. Найдите а) площадь осевого сечения; б) площадь поверхности; в) объем тела, полученного при вращении правильного треугольника со стороной a вокруг прямой, проходящей через его центр и параллельной одной из сторон.