

Зачет по теме "Предел и непрерывность функции"

1. Определение предела функции на бесконечности по Коши и по Гейне.
2. Докажите, что функция не может иметь двух различных пределов при $x \rightarrow +\infty$. Докажите, что функция не может иметь двух различных пределов в точке.
3. Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне. Доказательство их эквивалентности.
4. Арифметические свойства пределов.
5. Теорема о предельном переходе для функций.
6. Теорема "о двух милиционерах" для функций.
7. Определение бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$ функции. Докажите, что функция $f(x)$ является бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$ тогда и только тогда, когда функция $\frac{1}{f(x)}$ бесконечно мала при $x \rightarrow +\infty$.
8. Определение функции, бесконечно большой в точке a . Докажите, что функция $f(x)$ является бесконечно большой в точке a тогда и только тогда, когда функция $\frac{1}{f(x)}$ бесконечно мала в точке a .
9. Функция, непрерывная в точке. Критерий непрерывности. Непрерывность по Коши и по Гейне. Одно-сторонняя непрерывность.
10. Классификация точек разрыва. Примеры.
11. Теоремы о сумме, разности, произведении и частном непрерывных функций.
12. Функция Дирихле. Исследуйте функцию Дирихле на непрерывность. Какого рода у нее разрывы?
- 13.
14. Приведите пример функции, определенной на \mathbb{R} и непрерывной только в конечном числе точек.
15. Приведите пример функции, определенной на \mathbb{R} , непрерывной в целых точках и разрывной в остальных.

Зачет по теме "Предел и непрерывность функции"

1. Определение предела функции на бесконечности по Коши и по Гейне.
2. Докажите, что функция не может иметь двух различных пределов при $x \rightarrow +\infty$. Докажите, что функция не может иметь двух различных пределов в точке.
3. Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне. Доказательство их эквивалентности.
4. Арифметические свойства пределов.
5. Теорема о предельном переходе для функций.
6. Теорема "о двух милиционерах" для функций.
7. Определение бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$ функции. Докажите, что функция $f(x)$ является бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$ тогда и только тогда, когда функция $\frac{1}{f(x)}$ бесконечно мала при $x \rightarrow +\infty$.
8. Определение функции, бесконечно большой в точке a . Докажите, что функция $f(x)$ является бесконечно большой в точке a тогда и только тогда, когда функция $\frac{1}{f(x)}$ бесконечно мала в точке a .
9. Функция, непрерывная в точке. Критерий непрерывности. Непрерывность по Коши и по Гейне. Одно-сторонняя непрерывность.
10. Классификация точек разрыва. Примеры.
11. Теоремы о сумме, разности, произведении и частном непрерывных функций.
12. Функция Дирихле. Исследуйте функцию Дирихле на непрерывность. Какого рода у нее разрывы?
- 13.
14. Приведите пример функции, определенной на \mathbb{R} и непрерывной только в конечном числе точек.
15. Приведите пример функции, определенной на \mathbb{R} , непрерывной в целых точках и разрывной в остальных.

Билет 1

1. Теорема о предельном переходе для функций.
2. Может ли функция иметь два различных предела в данной точке?
3. Будем считать доказанной непрерывность функции $y = \cos x$ на \mathbb{R} . Ограничена ли функция $y = \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ в окрестности точки 0 ? Является ли эта функция бесконечно большой в точке 0 ?

Билет 2

1. Докажите, что если в соответствии с определением по Коши $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$, то и в соответствии с определением по Гейне тоже.
2. Может ли функция, определенная на \mathbb{R} , быть непрерывна ровно в двух точках и разрывна во всех остальных?
3. Будем считать доказанной непрерывность функции $y = \sin x$ на \mathbb{R} . Исследуйте на непрерывность функции $y = \sin \frac{1}{x}$ и $y = x \sin \frac{1}{x}$.

Билет 3

1. Докажите, что если в соответствии с определением по Гейне $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$, то и в соответствии с определением по Коши тоже.
2. Функция Дирихле. Исследуйте функцию Дирихле на непрерывность. Какого рода у нее разрывы?
3. Будем считать доказанной непрерывность функции $y = \sin x$ на \mathbb{R} . Исследуйте на непрерывность функции $y = \sin \frac{1}{x}$ и $y = x \sin \frac{1}{x}$.

Билет 4

1. Определение бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$ функции. Докажите, что функция $f(x)$ является бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$ тогда и только тогда, когда функция $\frac{1}{f(x)}$ бесконечно мала при $x \rightarrow +\infty$.
2. Может ли функция, определенная на \mathbb{R} , быть непрерывной в целых точках и разрывной в остальных?
3. Пусть $f(x) = \sin \frac{1}{x}$, $g(x) = x^3$. Существует ли такая последовательность $x_n \rightarrow 0$, что $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{1543}$? А такая, что $\lim_{n \rightarrow \infty} g(x) = \frac{1}{1543}$?

Билет 5

1. Определение функции, бесконечно большой в точке a . Докажите, что функция $f(x)$ является бесконечно большой в точке a тогда и только тогда, когда функция $\frac{1}{f(x)}$ бесконечно мала в точке a .
2. Докажите арифметические свойства предела функции в точке.
3. Пусть $f(x) = \sin \frac{1}{x}$, $g(x) = x^3$. Существует ли такая последовательность $x_n \rightarrow 0$, что $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{1543}$? А такая, что $\lim_{n \rightarrow \infty} g(x) = \frac{1}{1543}$?

Билет 6

1. Теорема "о двух милиционерах" для функций.
2. Может ли функция иметь два различных предела при $x \rightarrow +\infty$?
3. Будем считать доказанной непрерывность функции $y = \cos x$ на \mathbb{R} . Ограничена ли функция $y = \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ в окрестности точки 0 ? Является ли эта функция бесконечно большой в точке 0 ?

Задача на 5

Докажите, пользуясь определением непрерывности по Коши, непрерывность функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$.

Задача на 5

Докажите, пользуясь определением непрерывности по Коши, непрерывность функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$.

Задача на 5

Докажите, пользуясь определением непрерывности по Коши, непрерывность функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$.

Задача на 5

Докажите, пользуясь определением непрерывности по Коши, непрерывность функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$.

Задача на 5

Докажите, пользуясь определением непрерывности по Коши, непрерывность функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$.

Задача на 5

Докажите, пользуясь определением непрерывности по Коши, непрерывность функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$.

Задача на 5

Докажите, пользуясь определением непрерывности по Коши, непрерывность функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$.

Задача на 5

Докажите, пользуясь определением непрерывности по Коши, непрерывность функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$.

Задача на 5

Докажите, пользуясь определением непрерывности по Коши, непрерывность функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$.

Задача на 5+

Придумайте функцию, определенную на всей числовой оси, и имеющую предел только в точках вида $\frac{1}{n}$, где $n \in \mathbb{N}$.

Задача на 5+

Придумайте функцию, определенную на всей числовой оси, и имеющую предел только в точках вида $\frac{1}{n}$, где $n \in \mathbb{N}$.

Задача на 5+

Придумайте функцию, определенную на всей числовой оси, и имеющую предел только в точках вида $\frac{1}{n}$, где $n \in \mathbb{N}$.

Задача на 5+

Придумайте функцию, определенную на всей числовой оси, и имеющую предел только в точках вида $\frac{1}{n}$, где $n \in \mathbb{N}$.