

## Производная (повторение) Касательная

1. Напишите уравнение касательной к кривой  $y = \frac{2x-5}{x+4}$  в точке графика с абсциссой  $x = -2$ .
2. В какой точке графика функции  $y = 2x^2 + \sqrt{3}x + 1$  касательная наклонена к оси  $Ox$  под углом  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ?
3. Приведите пример функции, график которой имеет вертикальную касательную.
4. В каких точках касательная к графику функции  $y = \sin 2x$  параллельна прямой  $y = x - 3$ ? Напишите уравнения двух таких касательных и сделайте чертеж.
5. Напишите уравнение касательных к кривой  $y = x^2 - 4x + 3$ , проходящих через точку  $M(2; -5)$ .
6. Прямая  $y = -2x + 6$  является касательной к графику функции  $y = x^3 - 3x^2 + x + 5$ . Найдите абсциссу точки касания.
7. Найдите уравнения двух параллельных касательных к графикам  $y = \sin 2x - 3x^3$  и  $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 6x$ .

### Исследование функции. Построение графиков

8. Исследуйте функцию и постройте ее график:  
а)  $y = (x-1)^2(x+2)^2$ ; б)  $y = \frac{2}{x} + x^2$ ; в)  $y = \sin 2x - x$ ; г)  $e = \frac{3x+x^2}{x-1}$ .
9. Сколько корней имеет уравнение: а)  $\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + 2 = 0$ ; б)  $6 + 36x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ ?

### Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции

10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции: а)  $y = x - \sqrt{x+2} + 8$  на отрезке  $[-1; 7]$ ; б)  $y = 2 \cos x + \sin 2x$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]$ ; в)  $y = x^2 \sqrt{3-x}$  на отрезке  $[1; 3]$ .
11. Найдите наибольший объем правильной треугольной пирамиды, боковое ребро которой 3дм.
12. На кривой  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  найдите точку, ближайшую к началу координат.
13. Площадь, занимаемая печатным текстом, составляет на странице книги 363см<sup>2</sup>. Ширина полей сверху и снизу страницы составляет по 2см, а ширина боковых полей по 1,5см. Каковы должны быть размеры книжной страницы, чтобы площадь ее была наименьшей?

### Домашнее задание

14. Напишите уравнение касательной к кривой  $y = x^2 - 6x + 2$ , проходящей параллельно прямой  $y = -2x + 8$ .
15. Найдите координаты точки пересечения двух касательных, проведенных к графику функции  $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ : первая в точке с абсциссой  $x = -1$ , а вторая в точке с абсциссой  $x = 3$ .
16. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x - \sqrt{x} + 5$  на отрезке  $[1; 9]$ ; б)  $y = \sqrt{3}x + \sin 2x$  на отрезке  $[0; \pi]$ .
17. Найдите наибольший объем правильной треугольной призмы, у которой диагональ боковой грани равна  $\sqrt{3}$ м.
18. На кривой  $f(x) = x^2 - 1$  найдите точку, ближайшую к началу координат.
19. Исследуйте функцию и постройте ее график:  
а)  $y = 2x^3 - 3x^2$ ; б)  $y = (1-x)\sqrt{x}$ ; в)  $y = x + \frac{4}{x}$ .