

## Варьирование 2.

1. Заменим в произведении  $100 \times 101 \times 102 \times \dots \times 199 \times 200$  все числа на 150. Увеличится или уменьшится произведение? А что произойдет с суммой?
2. Докажите, что для любых четырех положительных чисел с суммой  $S$  их произведение будет максимальным если они все будут равны  $S/4$ .
3. Увеличится или уменьшится сумма  $100^2 + 101^2 + \dots + 200^2$ , если все слагаемые в ней заменить на  $150^2$
4. Докажите, что для любых восьми положительных чисел с суммой  $S$  их сумма квадратов будет минимальна, если они все будут равны  $S/8$ . Подумайте надо обобщением.
5. Докажите неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим для 4 положительных переменных  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_4}{4} \geq \sqrt[4]{a_1 a_2 \dots a_4}$
6. Сумма положительных чисел  $a, b, c, d$  равна 1. Докажите, что  $\sqrt{1 + 4a} + \sqrt{1 + 4b} + \sqrt{1 + 4c} + \sqrt{1 + 4d} \leq 4\sqrt{2}$ .

## Варьирование 2.

1. Заменим в произведении  $100 \times 101 \times 102 \times \dots \times 199 \times 200$  все числа на 150. Увеличится или уменьшится произведение? А что произойдет с суммой?
2. Докажите, что для любых четырех положительных чисел с суммой  $S$  их произведение будет максимальным если они все будут равны  $S/4$ .
3. Увеличится или уменьшится сумма  $100^2 + 101^2 + \dots + 200^2$ , если все слагаемые в ней заменить на  $150^2$
4. Докажите, что для любых восьми положительных чисел с суммой  $S$  их сумма квадратов будет минимальна, если они все будут равны  $S/8$ . Подумайте надо обобщением.
5. Докажите неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим для 4 положительных переменных  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_4}{4} \geq \sqrt[4]{a_1 a_2 \dots a_4}$
6. Сумма положительных чисел  $a, b, c, d$  равна 1. Докажите, что  $\sqrt{1 + 4a} + \sqrt{1 + 4b} + \sqrt{1 + 4c} + \sqrt{1 + 4d} \leq 4\sqrt{2}$ .