

**Контрольная работа по целым числам.**

1. Решите сравнения а)  $5x \equiv 9 \pmod{12}$  б)  $3x \equiv 9 \pmod{12}$

*Дайте ответ в виде  $x \equiv \dots \pmod{\dots}$*

2. Решите в целых числах уравнение  $15x - 6y = c$ . (Найдите общее решение в зависимости от  $c$ )
3. Пусть  $n$  — натуральное число, не кратное 101. Докажите, что либо  $n^{50} + 1$ , либо  $n^{50} - 1$  делится на 101.
4. На выставку пришли 1500 посетителей. При входе на нее каждому тринадцатому вручают подарок. Посетители выстроились в очередь, но, пройдя выставку, снова становятся в хвост (даже если подарок достался). Докажите, что рано или поздно каждый получит подарок. Кому подарок достанется в последнюю очередь?
5. Докажите, что для любых попарно взаимно простых чисел  $m_1, m_2, m_3$  найдутся 3 последовательных числа  $a, a+1, a+2$  таких, что  $a$  кратно  $m_1$ ,  $a+1$  кратно  $m_2$ ,  $a+2$  кратно  $m_3$ .

**Контрольная работа по целым числам.**

1. а) Решите сравнение  $7x \equiv 8 \pmod{18}$

*Дайте ответ в виде  $x \equiv \dots \pmod{\dots}$*

б) Решите в целых числах уравнение  $18x - 21y = 15$ .

2. Хитрый Боря напечатал на принтере купюры достоинством в 15 и 43 рубля. Каким числом способов он может заплатить круглую сумму в 10000 рублей без сдачи?
3. Докажите, что найдутся такие 5 натуральных чисел  $a, 2a, 4a, 8a, 16a$  такие, что первое делится на 2 с остатком 1, второе делится на 3 с остатком 1, третье делится на 5 с остатком 1, четвертое делится на 7 с остатком 1, пятое делится на 11 с остатком 1.
4. Остаток  $a$  называется квадратичным вычетом по простому модулю  $p$ , если существует  $x$  такой, что  $x^2 \equiv a \pmod{p}$ , и  $a$  не делится на  $p$ . Докажите, что если  $a$  — квадратичный вычет, то  $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$

**Контрольная работа по целым числам.**

1. Решите сравнение а)  $11x \equiv 4 \pmod{20}$  б)  $12x \equiv 4 \pmod{20}$

*Дайте ответ в виде  $x \equiv \dots \pmod{\dots}$*

2. Решите в целых числах уравнение  $140x + 35 = 21y$

3. Решите систему сравнений 
$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{4} \\ x \equiv 2 \pmod{7} \\ x \equiv 3 \pmod{10} \end{cases}$$

4. Найдите остаток деления  $50^{961}$  на 97.