

График квадратичной функции

1. Постройте график функции: а) $y = (x - 4)^2 - 5$; б) $y = -x^2 + 2x + 1$.
 2. Постройте график функции: а) $y = 2(x + 3)^2 - 6$; б) $y = 2x^2 + 12x + 12$.

Функция вида $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$, b, c — числа, называется квадратичной.

Графиком квадратичной функции является парабола.

3. Докажите, что график функции $y = ax^2 + bx + c$ имеет ось симметрии, и напишите ее уравнение.

План построения графика квадратичной функции

- 1) Указать, что функция квадратичная, а ее график — парабола.
 - 2) Указать направление ветвей параболы.
 - 3) Найти координаты вершины параболы: абсциссу по формуле $x_v = -\frac{b}{2a}$, а ординату — подстановкой.
 - 4) Найти и отметить (если удобно) точки пересечения с осями координат и точку, симметричную точке пересечения с осью ординат.
 - 5) При необходимости отметить дополнительные точки и построить график. Обычно достаточно 5 точек.
4. Постройте график функции. Укажите (пользуясь графиком, без формального доказательства), промежутки возрастания и убывания функции. Определите, при каких значениях аргумента функция принимает положительные значения.
- а) $y = -x^2 - 10x - 21$; б) $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$; в) $y = (x + 2)^3 - (x - 1)^3 - 8$.
5. Найдите k и m , если точка $A(-2; -7)$ является вершиной параболы $y = kx^2 + 8x + m$.
6. Найдите a , b и c , если точка $M(-1; -7)$ является вершиной параболы $y = ax^2 + bx + c$, пересекающей ось ординат в точке $N(0; -4)$.
7. Напишите уравнение параболы, проходящей через точки $A(1; 4)$, $B(-1; 10)$ и $C(2; 7)$.
8. Графики функций $y = x^2 + 6x - 3$ и $y = (x + 3)^2 - 25$ пересечены прямой $x = a$. Найдите расстояние между точками пересечения.
9. Графики функций $y = x^2 + 2x + 4$ и $y = -3x^2 - 18x - 25$ пересечены прямой $y = b$. Найдите число точек пересечения в зависимости от b .
10. Постройте график функции:
- а) $y = 4|x| - x^2$; в) $y = 4x - \frac{x^3}{(\sqrt{x})^2}$; д*) $y = 2 - \sqrt{x^4 - 4x^2 + 4}$;
 б) $y = |4x - x^2|$; г) $y = 4x - \frac{x^3}{\sqrt{x^2}}$; е*) $y = |x^2 - 2|x - 1||$.
11. Изобразите геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:
- а) $|y| = 4x - x^2$; в) $y^2 - 4y - x + 5 = 0$; д*) $x^2 - 6x + 9 = y^4$; ж) $|y - 2x| = x^2$.
 б) $|y| = |4x - x^2|$; г) $|x| = y^2 - 3y + 2$; е*) $y = |y + x^2 - 5x|$;
12. По эскизу графика функции $y = ax^2 + bx + c$ определите знаки коэффициентов a , b и c .
13. По эскизам графиков функций $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ и $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ сравните b_1 и b_2 .
14. Определите знаки a и c , если $a + b + c < 0$, и уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней.
15. Напишите уравнение прямой, параллельной прямой $y = 2x$ и касающейся параболы $y = 3x^2 + x - 2$.