

**Подобие треугольников**

1. В треугольник ABC вписан квадрат так, что одна сторона квадрата лежит на стороне AB, а две оставшиеся вершины квадрата – на сторонах AC и BC. Найдите сторону квадрата, если сторона  $AB = a$ , а высота  $CH = h$ .
2. На стороне AC треугольника ABC отмечена такая точка D, что  $\angle CBD = \angle CAB$ . Найдите BC, если  $AD = 9$ ,  $DC = 3$ .

*Второй и третий признаки подобия треугольников*

- 2) Если  $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC}$ ,  $\angle B_1 = \angle B$ , то треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $ABC$  подобны.
- 3) Если  $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC}$ , то треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $ABC$  подобны.
3. Пусть  $AA_1$  и  $BB_1$  – высоты остроугольного треугольника ABC. Докажите, что треугольник  $A_1B_1C$  подобен треугольнику ABC с коэффициентом  $\cos \angle C$ .
4. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Найдите  $B_1C_1$ , если  $\angle A = 60^\circ$ ,  $BC = 6$ .

**Домашнее задание**

5. Атанасян, №554.
6. Пусть  $AA_1$  и  $BB_1$  – высоты остроугольного треугольника ABC. Докажите, что треугольник  $AA_1C$  подобен треугольнику  $BB_1C$ .
7. Точка M лежит на боковой стороне AC равнобедренного треугольника ABC с основанием BC, причем  $BM = BC$ . Найдите MC, если  $BC = 1$ ,  $AB = 2$ .

**Доказательство теорем с помощью подобия треугольников**

1. Докажите с помощью подобия: а) свойство средней линии треугольника; б) теорему о точке пересечения медиан треугольника.
2. Докажите с помощью подобия соотношения в прямоугольном треугольнике:  
а)  $h^2 = a_c b_c$ ; б)  $a^2 = c a_c$ ; в) теорему Пифагора.
3. Атанасян, 572 (а, в)
4. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота из вершины C прямого угла. Окружность, построенная на этой высоте как на диаметре, высекает на катетах отрезки, равные 12 и 18. Найдите катеты треугольника.
5. Окружность, вписанная в трапецию, делит ее боковую сторону на отрезки  $a$  и  $b$ . Найдите радиус окружности.

**Домашнее задание**

6. Атанасян, 572 (б, д)
7. Атанасян, 577
8.  $AB$  — диаметр окружности;  $BC$  — касательная;  $D$  — точка пересечения прямой  $AC$  с окружностью. Известно, что  $AD = 32$  и  $DC = 18$ . Найдите радиус окружности.
9. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, а проекция второго катета на гипотенузу равна 16. Найдите гипотенузу и второй катет.

**Решение задач по теме «Подобие треугольников»**

1. Точка K лежит на диагонали BD параллелограмма ABCD, причем  $BK : KD = 1 : 4$ . В каком отношении прямая AK делит сторону BC?
2. Катет прямоугольного треугольника равен  $4\sqrt{5}$  см, а высота, опущенная на гипотенузу – 4 см. Найдите периметр треугольника.
3. В треугольнике ABC сторона  $AB = 15$  и  $AC = 10$ ;  $AD$  — биссектриса угла A. Из точки D проведена прямая, параллельная AB, до пересечения с AC в точке E. Найдите AE и EC.
4. Окружность, вписанная в трапецию, делит ее боковую сторону на отрезки  $a$  и  $b$ . Найдите радиус окружности.

**Домашнее задание**

5.  $AA_1$  и  $CC_1$  – высоты остроугольного треугольника ABC, H – его ортоцентр (точка пересечения высот).  $AH = 5$ ,  $A_1H = 2$ ,  $C_1H = 3$ . Найдите CH.
6. Четырёхугольник разрезан диагоналями на четыре треугольника. Докажите, что точки пересечения медиан этих треугольников образуют параллелограмм.
7. Через точку S пересечения продолжений боковых сторон трапеции провели прямую, параллельную основаниям трапеции.  $MN$  – отрезок этой прямой, заключенный между продолжениями диагоналей трапеции. Докажите, что  $MS = NS$  и найдите длину отрезка  $MN$ , если основания трапеции равны  $a$  и  $b$  ( $b > a$ ).
8. В выпуклом четырехугольнике ABCD известно, что  $\angle ACD = 40^\circ$ ,  $\angle ACB = 25^\circ$ ,  $\angle BAD = 115^\circ$ . Найдите угол ADB.