Геометрия, 8 "В", группа 2, 17 марта, домашнее задание.

1) На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны соответственно точки C_1 и A_1, отрезки AA_1 и CC_1 пересекаются в точке T. Известно, что $\frac{AC_1}{C_1B} = \frac{TC_1}{CT} = \frac{2}{5}$. Найдите $\frac{BA_1}{A_1C}$ и $\frac{AT}{TA_1}$.

2) Докажите, что отрезки, соединяющие вершины треугольника с точками касания вневписанных окружностей с противолежащими этим вершинам сторонами, пересекаются в одной точке (точка Нагеля).

3) На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны соответственно точки K и L, а на продолжении стороны AC за точку C — точка N. Известно, что $\frac{AK}{KB} = \frac{BL}{LC} = \frac{AC}{CN} = k$. Найдите k.

4) Стороны треугольника a, b и c считаются известными. В каком отношении медиана m_c делит отрезок, соединяющий точки касания вписанной окружности со сторонами b и c?

5) В треугольнике проведены три чевианы. Первая точкой пересечения делится в отношении $2 : 1$, считая от вершины, а вторая — $3 : 1$, также считая от вершины. Как делится этой точкой третья чевиана?

6) В треугольнике соединили середину каждой биссектрисы с серединой стороны, к которой она проведена. Докажите, что три построенных отрезка пересекаются в одной точке.

7) Окружности ω_1 и ω_2 внешне касаются окружности ω_1 в точках P и Q соответственно. Докажите, что точка пересечения общих внешних касательных к ω_1 и ω_2 лежит на прямой PQ.