

**Геометрия, 8 "В", группа 2, 9 февраля, задачи на урок.**

1) Из точки  $P$  к окружности провели касательную  $PA$  и секущую  $PBC$ .  $AL$  — биссектриса треугольника  $ABC$ . Докажите, что  $AP = AL$ .

2) Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , на одной из них выбрана точка  $P$ . Прямые  $PA$  и  $PB$  вторично пересекают вторую окружность в точках  $A_1$  и  $B_1$  соответственно. Докажите, что касательная в точке  $P$  к первой окружности параллельна  $A_1B_1$ .

3) Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ ,  $CD$  — их общая касательная. Докажите, что  $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$ .

4) Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Через  $A$  проводится произвольная прямая, пересекающая окружности в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $\angle MBN$  не зависит от выбора прямой.

5) (Продолжение.) Пусть касательные к окружностям, проведённые в точках  $M$  и  $N$ , пересекаются в точке  $U$ . Докажите, что  $MUNB$  вписан.

6) Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Касательные к ним, проведённые в точке  $B$ , пересекают окружности в точках  $P$  и  $Q$ . Прямые  $PA$  и  $QA$  вторично пересекают соответствующие окружности в точках  $P_1$  и  $Q_1$ . Докажите, что  $PP_1 = QQ_1$ .

**Геометрия, 8 "В", группа 2, 9 февраля, домашнее задание.**

1) Малая окружность внутри касается большой в точке  $S$ . Хорда  $AB$  большой окружности касается малой в точке  $T$ . Хорды  $SA$  и  $SB$  большой окружности пересекают малую в точках  $A_1$  и  $B_1$  соответственно. Докажите, что  $A_1B_1 \parallel AB$ .

2) (Продолжение.) Докажите, что  $ST$  — биссектриса  $\angle ASB$ .

3) В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$   $AB \perp BC$ ,  $AC = CD$  и  $\angle BCA = \angle ACD$ . Точка  $M$  — середина  $AD$ ,  $T = BM \cap AC$ . Докажите, что  $DT \perp AC$ .

4) Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Касательные к ним, проведённые в точке  $B$ , пересекают окружности в точках  $P$  и  $Q$ . Докажите, что  $\angle PAB = \angle BAQ$ .

5) Окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $P$  и  $Q$ . Окружность  $\omega_3$  с центром в точке  $Q$  и радиусом, превышающим  $QP$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $A$  и  $B$ , а  $\omega_2$  в точках  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $\angle BPC = \angle APD$ .

6) Две окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ ,  $CD$  — их общая касательная ( $A$  ближе к  $CD$ , чем  $B$ ). Докажите, что  $\angle O_1BO_2 = 2\angle CBD$ .