Геометрия, 8 "В", группа 2, 31 января, задание на урок.

1) В треугольнике ABC $\angle B = 126°$. Найдите $\angle OAC$, где O — центр описанной окружности.

2) В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.

3) Внутри острого угла с вершиной A взята точка M. Из точки M на стороны угла опущены перпендикуляры MP И MQ. Из точки A на PQ опущен перпендикуляр AK. Докажите, что $\angle PAK = \angle MAQ$.

4) На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC во внешнюю сторону построен квадрат. Докажите, что его центр лежит на биссектрисе угла $\angle ACB$.

5) Окружность с центром O, вписанная в угол с вершиной P, касается сторон угла в точках B и C. Точка Y вне окружности такова, что $OY \perp YP$. Докажите, что YO — биссектриса $\angle BYA$.

6) На стороне BC ромба $ABCD$ нашлась точка E такая, что $AE = AD$. Пусть $ED \cap AC = F$. Докажите, что $BEFA$ вписан.

7) Докажите, что биссектрисы углов выпуклого четырёхугольника образуют вписанный четырёхугольник.

8) В окружности провели хорды AB и AC. Середины дуг $\smile AB$ и $\smile CA$ соединили прямой линией. Докажите, что эта прямая отсекает на хордах равные отрезки, считая от точки A.

9) (Теорема о трезубце.) Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает описанную вокруг него окружность в точке D. Докажите, что $DB = DC = DI$, где I — центр вписанной окружности треугольника ABC.

10) Через вершину C равностороннего треугольника проведена прямая l. Точки M и N — проекции A и B на l. Точка K — середина AB. Докажите, что треугольник NMK также равносторонний.

11) Две окружности пересекаются в точках P и Q. Проведена прямая l, пересекающая общую хорду PQ и пересекающая эти окружности в точках A, B, C, D (в указанном порядке). Докажите, что отрезок AB из точки P виден под тем же углом, что и отрезок CD из точки Q.

12) AL — биссектриса треугольника ABC. На стороне AC взята точка K так, что $CK = CL$. Биссектриса угла B треугольника ABC пересекает прямую LK в точке P. Докажите, что $AP = PL$.

Геометрия, 8 "В", группа 2, 31 января, домашнее задание.

1) На окружности в указанном порядке отмечены точки A, B, C, и D. Точки M, N, K — середины хорд AB, BC, CD соответственно. Докажите, что $\angle BMN = \angle NKC$.

2) Биссектриса внешнего угла C треугольника ABC пересекает описанную вокруг него окружность в точке D. Докажите, что $AD = BD$.

3) Две пары противоположных сторон вписанного шестиугольника параллельны. Докажите, что и две оставшиеся стороны параллельны.

4) Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность. На меньшей дуге $\smile AB$ выбрана точка M. Докажите, что $MA + MB = MC$.