Геометрия, 8 "В", группа 2, 17 января, задание на урок.

1) Квадрат $ABCD$ вписан в окружность. Точка E выбрана так, что A — середина DM. ET — касательная к окружности. Докажите, что $ET = AC$.

2) Расстояние между центрами окружностей равно 7, их радиусы 5 и 4. Найдите длину общей хорды.

3) Две окружности с центрами O_1 и O_2, сумма радиусов которых равна R, касаются изнутри окружности с центром O, радиус которой равен R, а сами пересекаются в точках A и B. Докажите, что из отрезков OA и OB один параллелен O_1O_2, а второй делит O_1O_2 пополам.

4) Две окружности касаются внешне в точке C, общая касательная к ним касается окружностей в точках A и B. Найдите радиусы окружностей, если $AC = 6$ и $BC = 8$.

5) Окружность, вписанная в прямоугольный треугольник, касается гипотенузы в точке, делящей гипотенузу на отрезки с длинами 4 и 5. Найдите высоту этого треугольника, опущенную на гипотенузу.

6) На продолжении стороны CD параллелограмма $ABCD$ за точку C взята точка K. Пусть $AK \cap BD = M$ и $AK \cap BC = N$. Из точки M проведена касательная MT к окружности, описанной вокруг треугольника CKN. Докажите, что $AM = MT$.

7) $AB = 4$ — диаметр окружности, а C — такая точка на ней, что $\angle CAB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, которая изнутри касается данных, а также касается отрезков AB и AC.

8) Общая внутренняя касательная к окружностям с радиусами R и r пересекает их общие внешние касательные в точках A и B и касается одной из окружностей в точке C. Докажите, что $AC \cdot CB = Rr$.

9) Вокруг прямоугольного треугольника с катетами $a < b$ и гипотенузой c описана окружность. К ней проведена касательная в точке C,пересекающая прямую AB в точке K. Докажите, что $CK = \frac{abc}{b^2-a^2}$.

10) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA' и BB'. На высоте AA' выбрали точку M так, что $\angle BMC = 90^\circ$. Аналогично, на высоте BB' выбрали точку N так, что $\angle ANC = 90^\circ$. Докажите, что $CM = CN$.

Геометрия, 8 "В", группа 2, программа зачёта 20 января.

1) Теорема Пифагора и обратная ей.

2) Соотношения между элементами прямоугольного треугольника. Синус, косинус и тангенс острого угла.

3) Формула длины медианы.

4) Прямая, проходящая через вершину A квадрата $ABCD$, пересекает сторону CD в точке E и прямую BC в точке F. Докажите, что $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AB^2}$.

5) Докажите, что если медианы m_a и m_b перпендикулярны, то $a^2 + b^2 = 5c^2$.

6) Угол, опирающийся на диаметр. Пересечение прямой и окружности. Диаметр, перпендикулярный хорде, делит её пополам. Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе. Отрезки касательных равны. Хорда, соединяющая точки касания касательных из P, перпендикулярна PO.

7) Пересечение двух окружностей. Концентрические окружности. Касание. Точка касания лежит на линии центров. Общая касательная перпендикулярна линии центров. Общая хорда перпендикулярна линии центров. Общие касательные к двум окружностям.

8) Окружности с радиусами R и r внешне касаются в точке A. К ним проведена общая внешняя касательная PQ Докажите, что $AP \perp AQ$ и что $PQ = 2\sqrt{Rr}$.

9) Теорема о касательной и секущей.

10) Точки C и D лежат на окружности с диаметром AB. Пусть $AC \cap BD = P$ и $AD \cap BC = Q$. Докажите, что $AB \perp PQ$.