Геометрия, 8 "В", группа 1, 24 марта, письменная работа.

1) В каком отношении в египетском треугольнике самая длинная биссектриса делит самую короткую медиану?

2) На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC выбраны точки P и Q соответственно так, что $AP = 1$ и $BQ = 2$. Прямые PQ и AC пересекаются в точке R, причём $AR = 3$. Найдите сторону треугольника.

3) Вписанная в треугольник ABC окружность касается его сторон в точках A_1, B_1 и C_1. Вневписанная окружность этого треугольника касается его стороны AC в точке B_2, а продолжений сторон AB и BC — в точках C_2 и A_2 соответственно. Докажите, что если A_1, B_1 и C_2 лежат на одной прямой, то и A_2, B_2 и C_1 также лежат на одной прямой.

4) Окружность ω_1 касается изнутри окружности ω в точке A. Окружность ω_2 внешне касается окружности ω в точке B. Докажите, что общие внутренние касательные к ω_1 и ω_2 и прямая PQ пересекаются в одной точке.

5) В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA', BB' и CC'. Докажите, что медианы треугольников $AB'C'$, $BA'C'$ и $CA'B'$, проведённые, соответственно, из A, B и C, если их продолжить, пересекутся в одной точке.

Геометрия, 8 "В", группа 1, 24 марта, домашнее задание.

1) Какие прямые при S_l переходят сами в себя?

2) Даны две параллельные прямые, $l||m$. Перечислите все сдвиги, повороты и осевые симметрии, которые переводят l в m.

3) Укажите движение, которое переводит l в m, но не является ни сдвигом, ни поворотом, ни осевою симметрией.

4) Стороны равностороннего треугольника ABC продолжены: две за вершину C, а одна за вершину A. На продолжениях отмечены точки A_1, B_1 и C_1 так, что $A_1C = 2$, $C_1A = 7$ и $B_1C = 3$. Найдите сторону треугольника, если известно, что A_1, B_1 и C_1 лежат на одной прямой.

5) С помощью теоремы Чевы и/или Менелая докажите теорему Ван-Обеля: если чевианы AA', BB' и CC' треугольника ABC пересекаются в точке W, то $\frac{AB'}{B'C} + \frac{AC'}{C'B} = \frac{AW}{WA'}$.

6) Каждая вершина треугольника соединена с точкой касания вневписанной окружности с прямой, содержащей противолежащую этой вершине сторону. Докажите, что три построенных отрезка пересекаются в одной точке.

7) (Теорема Гаусса.) Продолжения сторон AB и CD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P, а продолжения сторон AD и BC — в точке Q. Докажите, что середины отрезков AC, BD и PQ лежат на одной прямой.