Геометрия, 8 ”В”, группа 1, 08 ноября, домашнее задание.

1) В треугольнике ABC $AB = 15$, $BC = 43$. На стороне AB выбрана точка M так, что $AM = 9$. На стороне BC взята точка N так, что $MN||AC$. Найдите BN.

2) В треугольнике ABC $AB = c$, $BC = a$. На стороне AB выбрана точка M, а на стороне BC точка N так, что $MN||AC$. Найдите BM, если известно, что $BM = NC$.

3) Треугольник ABC таков, что одна из его медиан относится к стороне, к которой проведена, как $3 : 4$. Докажите, что в треугольнике, составленном из медиан треугольника ABC, одна из медиан равна стороне, к которой проведена.

4) В треугольнике ABC CK и BM — медианы. Известно, что $CK = 3$, $BM = 6$ и $AB = 8$. Докажите, что в треугольнике ACK один угол вдвое больше другого.

5) Докажите теорему, обратную теореме Фалеса: Пусть прямые A_1B_1, A_2B_2, $\ldots$, A_kB_k пересекают прямую a в точках A_1, A_2, $\ldots$, A_k, а прямую b в точках B_1, B_2, $\ldots$, B_k. Известно, что $A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots = A_{k-1}A_k$ и $B_1B_2 = B_2B_3 = \ldots = B_{k-1}B_k$. Известно также, что среди прямых A_1B_1, A_2B_2, $\ldots$, A_kB_k какие-то две параллельны. Тогда все эти прямые параллельны друг другу.

6) Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $AB = 6$, $BC = 15$. На продолжении стороны DC за точку C отмечена точка E так, что $DE = 8$. Прямые BC и AE пересекаются в точке F. Найдите BF.

7) На одной прямой расположены последовательно точки A_1, A_2, A_3, на другой — B_1, B_2, B_3, причём $A_1A_2 = A_2A_3$ и $A_1B_1||A_2B_2||A_3B_3$. Докажите, что A_2B_2 — полусумма A_1B_1 и A_3B_3.