

Вычисление определенных интегралов.

1. Самостоятельное решение задач.

Вычислите:

1) $\int_0^2 e^{3x} dx;$

2) $\int_4^1 \ln x dx;$

3) $\int_2^2 \frac{x^6 \operatorname{tg}^3 x}{e^{4x} + 5x^4} dx.$

4) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^{-1} \ln x$ и прямыми $y = 0$, $x = \frac{1}{e}$, $x = e$.

5) Найдите точки максимума функции $f(t) = \int_0^{t^2} \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{\ln x(1 + \sin^2 x)} dx.$

6) Вычислите $\int_0^2 (1 - \sqrt{2x - x^2}) dx.$

7) Найдите площадь фигуры, ограниченной кривой $y = \sqrt{2 - x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1; 1)$ и $B(-5; 3)$.

8) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin |x|$ и $y = |x| - \pi$.

9) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 4\sqrt{-x}$, $y = 3\sqrt{x}$ и касательной, проведенной к первому графику в точке $M(-4; 8)$.

10) При каких $a > 0$ площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \frac{x^3}{3}$, $x = a$, $x = 2a$, $y = 0$ будет наибольшей и наименьшей?

11) Вычислите $\int_0^{100\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx.$

12) В каком отношении парабола $y^2 = 2x$ делит площадь круга $x^2 + y^2 \leq 8$?

13) При каком значении a прямая $y = a$ делит площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 0$, $y = 3 - x^2 - 2x$ пополам?