Гимназия 1543, 10-В класс, 6 сентября.

Задачи на тему “последовательности”.

---

1) Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является ловушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является ловушкой? Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является кормушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является кормушкой?

2) Может ли ограниченная последовательность не иметь ни наибольшего, ни наименьшего элементов?

---

3) Фразу “множество M является ловушкой для последовательности A” можно записать при помощи символов следующим образом:

$$\exists N \in \mathbb{N} : \forall i > N \ a_i \in M.$$

Запишите аналогичным образом утверждение “множество M не является ловушкой для последовательности a”.

4) Является ли последовательность a, где $a_0 = 1$, $a_{k+1} = a_k + \dfrac{1}{a_k}$ ограниченной?

---

5) Верно ли, что последовательность ограничена тогда и только тогда, когда существует отрезок, являющийся ловушкой для неё?

6) Докажите, что если последовательности a и b ограничены, то последовательность p, $p_i = a_i \cdot b_i$, ограничена.

---

7) Любая ли ловушка является кормушкой? Любая ли кормушка является ловушкой?

8) Является ли последовательность a, где $a_0 = 0$, $a_{k+1} = \sqrt{3 + a_k}$ ограниченной?

---

1) Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является ловушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является ловушкой? Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является кормушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является кормушкой?

2) Может ли ограниченная последовательность не иметь ни наибольшего, ни наименьшего элементов?

---

3) Фразу “множество M является ловушкой для последовательности A” можно записать при помощи символов следующим образом:

$$\exists N \in \mathbb{N} : \forall i > N \ a_i \in M.$$

Запишите аналогичным образом утверждение “множество M не является ловушкой для последовательности a”.

4) Является ли последовательность a, где $a_0 = 1$, $a_{k+1} = a_k + \dfrac{1}{a_k}$ ограниченной?

---

5) Верно ли, что последовательность ограничена тогда и только тогда, когда существует отрезок, являющийся ловушкой для неё?

6) Докажите, что если последовательности a и b ограничены, то последовательность p, $p_i = a_i \cdot b_i$, ограничена.

---

7) Любая ли ловушка является кормушкой? Любая ли кормушка является ловушкой?

8) Является ли последовательность a, где $a_0 = 0$, $a_{k+1} = \sqrt{3 + a_k}$ ограниченной?

---

5) Верно ли, что последовательность ограничена тогда и только тогда, когда существует отрезок, являющийся ловушкой для неё?

6) Докажите, что если последовательности a и b ограничены, то последовательность p, $p_i = a_i \cdot b_i$, ограничена.

---

1) Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является ловушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является ловушкой? Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является кормушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является кормушкой?

2) Может ли ограниченная последовательность не иметь ни наибольшего, ни наименьшего элементов?

---

1) Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является ловушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является ловушкой? Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является кормушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является кормушкой?

2) Может ли ограниченная последовательность не иметь ни наибольшего, ни наименьшего элементов?

---

3) Фразу "множество M является ловушкой для последовательности A" можно записать при помощи символов следующим образом:

$$\exists N \in \mathbb{N}: \forall i > N \ a_i \in M.$$

Запишите аналогичным образом утверждение "множество M не является ловушкой для последовательности a".

4) Является ли последовательность a, где $a_0 = 1$, $a_{k+1} = a_k + \dfrac{1}{a_k}$ ограниченной?

---

5) Верно ли, что последовательность ограничена тогда и только тогда, когда существует отрезок, являющийся ловушкой для неё?

6) Докажите, что если последовательности a и b ограничены, то последовательность p, $p_i = a_i \cdot b_i$, ограничена.

---

7) Любая ли ловушка является кормушкой? Любая ли кормушка является ловушкой?

8) Является ли последовательность a, где $a_0 = 0$, $a_{k+1} = \sqrt{3 + a_k}$ ограниченной?

---

1) Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является ловушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является ловушкой? Можно ли утверждать, что если отрезок $[0,2]$ является кормушкой, то хотя бы один из отрезков $[0,1]$ и $[1,2]$ тоже является кормушкой?

2) Может ли ограниченная последовательность не иметь ни наибольшего, ни наименьшего элементов?

---

3) Фразу "множество M является ловушкой для последовательности A" можно записать при помощи символов следующим образом:

$$\exists N \in \mathbb{N}: \forall i > N \ a_i \in M.$$

Запишите аналогичным образом утверждение "множество M не является ловушкой для последовательности a".

4) Является ли последовательность a, где $a_0 = 1$, $a_{k+1} = a_k + \dfrac{1}{a_k}$ ограниченной?

---

5) Верно ли, что последовательность ограничена тогда и только тогда, когда существует отрезок, являющийся ловушкой для неё?

6) Докажите, что если последовательности a и b ограничены, то последовательность p, $p_i = a_i \cdot b_i$, ограничена.

---

7) Любая ли ловушка является кормушкой? Любая ли кормушка является ловушкой?

8) Является ли последовательность a, где $a_0 = 0$, $a_{k+1} = \sqrt{3 + a_k}$ ограниченной?

---

3) Фразу "множество M является ловушкой для последовательности A" можно записать при помощи символов следующим образом:

$$\exists N \in \mathbb{N}: \forall i > N \ a_i \in M.$$

Запишите аналогичным образом утверждение "множество M не является ловушкой для последовательности a".

4) Является ли последовательность a, где $a_0 = 1$, $a_{k+1} = a_k + \dfrac{1}{a_k}$ ограниченной?

---

7) Любая ли ловушка является кормушкой? Любая ли кормушка является ловушкой?

8) Является ли последовательность a, где $a_0 = 0$, $a_{k+1} = \sqrt{3 + a_k}$ ограниченной?
