

Двугранный угол

Две полуплоскости с общей границей вместе с одной из ограниченных ими областей образуют **двугранный угол**. Полуплоскости называются его **гранями**, а их граница – **ребром**.

193. Какие значения может принимать величина угла, получающегося при пересечении двугранного угла величины φ всевозможными плоскостями?

Пересечение двугранного угла с плоскостью, перпендикулярной его ребру, называется **линейным углом** двугранного угла. **Величиной двугранного угла** называется величина его линейного угла.

Теорема. Величина двугранного угла не зависит от выбора его линейного угла.

194. Найдите расстояние от вершины А треугольника ABC до плоскости, проходящей через сторону BC под углом α к плоскости ABC, если: а) $\angle A = 90^\circ$, $AB = 20$ см, $AC = 15$ см, $\alpha = 30^\circ$; б) $AB = 7$ см, $AC = 13$ см, $BC = 10$ см, $\alpha = 60^\circ$.

195. Точка М находится внутри двугранного угла величиной α и удалена от его граней на расстояния a и b . Найдите расстояние от точки М до ребра этого угла.

196. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите: а) двугранный угол $QAC P$, где Р и Q – середины ребер соответственно DD_1 и $A_1 D_1$; б) двугранные углы, образованные при пересечении плоскостей $AB_1 C_1$ и $CB_1 A_1$.

197. В правильной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ боковое ребро в два раза больше стороны ее основания. Найдите следующие двугранные углы: а) $B_1 A C D$; б) $B_1 A C P$, где точка Р – середина ребра DD_1 ; в) $B_1 A C Q$, где точка Q – середина ребра $A_1 D_1$.

198. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит прямоугольный треугольник, у которого $AC = BC$, а ее боковое ребро равно стороне АВ основания. На ребре AA_1 задана точка М – середина этого ребра. Найдите следующие двугранные углы: а) $B_1 C_1 M A$; б) $B_1 C M C_1$; в) $AB M C$.

Биссектор двугранного угла

Полуплоскость, границей которой является ребро двугранного угла, делящая его на два двугранных угла равной величины, называется **биссектором** двугранного угла.

Лемма. Биссектриса любого линейного угла данного двугранного угла принадлежит его биссектору.

Теорема. Биссектор двугранного угла есть множество точек этого угла, равноудаленных от его граней.

199. а) Докажите, что прямая, лежащая в плоскости биссектора, образует равные углы с плоскостями граней двугранного угла.

б) Пересечением плоскости α и данного двугранного угла является угол АОВ, луч ОС – пересечение плоскости α и биссектора этого угла. Известно, что ОС – биссектриса угла АОВ. Обязательно ли угол АОВ является линейным углом данного двугранного угла?

200. Найдите геометрическое место точек, равноудаленных от двух данных пересекающихся а) плоскостей; б) прямых.

201. Найдите геометрическое место точек, размещенных внутри двугранного угла, сумма расстояний от которых до граней угла равна данному отрезку.

202. На гранях двугранного угла расположены точки А и В. Докажите, что биссектор делит отрезок АВ в отношении, равном отношению расстояний от точек А и В до ребра двугранного угла.