

**Взаимное расположение прямых и плоскостей****Аксиомы стереометрии**

Неопределяемые понятия: *точка, прямая, плоскость, расстояние.*

- A0 В пространстве существуют плоскости. В каждой плоскости пространства выполняются все аксиомы планиметрии.
- A1 аксиома плоскости *Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну.*
- A2 аксиома прямой и плоскости *Прямая, проходящая через две точки плоскости, лежит в этой плоскости.*
- A3 аксиома пересечения плоскостей *Если две плоскости имеют общую точку, то их пересечение есть прямая.*
- A4 аксиома расстояния *Расстояние между любыми двумя точками пространства одно и то же на любой проходящей через них плоскости.*

- Докажите, что существует бесконечно много точек пространства, не принадлежащих данной плоскости.
- Сколько общих точек могут иметь прямая и плоскость?

Определение. **Прямая и плоскость, имеющие ровно одну общую точку, называются пересекающимися.**

- Докажите, что пересекающиеся прямая и плоскость существуют.
- Сколько общих точек могут иметь две плоскости?

Определение. **Две плоскости, имеющие общую точку, называются пересекающимися.**

- Докажите, что различные прямые не могут иметь в пространстве двух общих точек.

Определение. **Две прямые, имеющие общую точку, называются пересекающимися.**

Определение. **Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.**

Определение 1. **Две прямые, которые не имеют общих точек и не параллельны, называются скрещивающимися.**

**Простейшие следствия из аксиом. Параллельные и скрещивающиеся прямые**

- T1 Через любую прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом единственную.
- T2 Через две пересекающиеся прямые можно провести плоскость, и притом единственную.
- T3 Через две параллельные прямые можно провести плоскость, и притом единственную.

Определение 2. **Две прямые, через которые нельзя провести плоскость, называются скрещивающимися.**

- Докажите эквивалентность двух определений.

Признак скрещивающихся прямых. *Если одна из двух скрещивающихся прямых лежит в плоскости, а вторая пересекает эту плоскость в точке, не принадлежащей первой прямой, то эти прямые скрещиваются.*

- Докажите аналог аксиомы параллельных в пространстве: через данную точку пространства можно провести прямую, параллельную данной, и притом единственную.
- Докажите, что если плоскость пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

**Пирамида**

Определение. **Многогранник – это тело, ограниченное конечным числом плоскостей.**

Определение. **Пирамида – это многогранник, одна из граней которого – произвольный многоугольник, а остальные грани – треугольники с общей вершиной.**

*Этот многоугольник называется **основанием** пирамиды, остальные грани – **боковыми гранями**, их общая вершина – **вершиной пирамиды**. Ребра пирамиды, не принадлежащие основанию, называются **боковыми**. Объединение боковых граней пирамиды называется ее **боковой поверхностью**.*

Определение. **Треугольная пирамида называется тетраэдром.**

**Задачи**

- Постройте X – точку пересечения прямой MN и плоскости ABC.
- Постройте  $l$  – прямую пересечения плоскости PQR с плоскостью основания (след плоскости PQR на плоскости основания).
- Постройте  $l$  – прямую пересечения плоскостей ABC и XYZ.
- Постройте: 1) прямую пересечения плоскости MNK с плоскостью основания;  
2) X – точку пересечения прямой AB с плоскостью MNK.
- Постройте точку пересечения плоскости PQR с прямой AB.

**Домашнее задание**

- В пространстве даны несколько прямых, любые две из которых пересекаются. Докажите, что все они либо лежат в одной плоскости, либо проходят через одну точку.
- Пусть OA, OB, OC, OD – четыре разные прямые, никакие три из которых не находятся в одной плоскости. Точки A', B', C', D' принадлежат прямым OA, OB, OC, OD соответственно. Прямые AB и CD пересекаются в точке E, прямые A'B' и C'D' – в точке E'. Докажите, что точка O принадлежит прямой EE'.
- Даны три различные попарно пересекающиеся плоскости. Докажите, что если две из прямых пересечения этих плоскостей пересекаются, то третья прямая проходит через точку их пересечения.
- Дан тетраэдр ABCD с основанием ABC. Отметьте точку M на ребре AD, точку N на ребре AC и точку K на ребре AB. Постройте прямую пересечения плоскостей BCD и MNK. Расположение точек подберите так, чтобы получился наглядный чертеж.
- Постройте: 1)  $l$  – прямую пересечения плоскостей ADC и MNK; 2) X – точку пересечения прямой DC и плоскости MNK.