9 математический класс **20 февраля 2010 года.**

Теорема Холла. Упражнения.

1) Из шахматной доски вырезали 7 клеток. Докажите, что на оставшейся части доски можно расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга.

2) Лист бумаги с обеих сторон разбит на 2009 многоугольников равной площади. Докажите, что его можно проткнуть в 2009 местах так, чтобы каждый многоугольник оказался проткнутым ровно по одному разу.

3) Прямоугольник $m \times n$ $(m < n)$ называется латинским, если он заполнен натуральными числами от 1 до n так, что в каждой строчке и в каждом столбце стоят разные числа. Докажите, что латинский прямоугольник можно дополнить до латинского квадрата $n \times n$.

4) Квадратная таблица размером $n \times n$ заполнена неотрицательными числами так, что как сумма чисел любой строки, так и сумма чисел любого столбца равна 1. Докажите, что из таблицы можно выбрать n положительных чисел, никакие два из которых не стоят ни в одном столбце, ни в одной строке.

9 математический класс **20 февраля 2010 года.**

Теорема Холла. Упражнения.

1) Из шахматной доски вырезали 7 клеток. Докажите, что на оставшейся части доски можно расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга.

2) Лист бумаги с обеих сторон разбит на 2009 многоугольников равной площади. Докажите, что его можно проткнуть в 2009 местах так, чтобы каждый многоугольник оказался проткнутым ровно по одному разу.

3) Прямоугольник $m \times n$ $(m < n)$ называется латинским, если он заполнен натуральными числами от 1 до n так, что в каждой строчке и в каждом столбце стоят разные числа. Докажите, что латинский прямоугольник можно дополнить до латинского квадрата $n \times n$.

4) Квадратная таблица размером $n \times n$ заполнена неотрицательными числами так, что как сумма чисел любой строки, так и сумма чисел любого столбца равна 1. Докажите, что из таблицы можно выбрать n положительных чисел, никакие два из которых не стоят ни в одном столбце, ни в одной строке.

9 математический класс **20 февраля 2010 года.**

Теорема Холла. Упражнения.

1) Из шахматной доски вырезали 7 клеток. Докажите, что на оставшейся части доски можно расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга.

2) Лист бумаги с обеих сторон разбит на 2009 многоугольников равной площади. Докажите, что его можно проткнуть в 2009 местах так, чтобы каждый многоугольник оказался проткнутым ровно по одному разу.

3) Прямоугольник $m \times n$ $(m < n)$ называется латинским, если он заполнен натуральными числами от 1 до n так, что в каждой строчке и в каждом столбце стоят разные числа. Докажите, что латинский прямоугольник можно дополнить до латинского квадрата $n \times n$.

4) Квадратная таблица размером $n \times n$ заполнена неотрицательными числами так, что как сумма чисел любой строки, так и сумма чисел любого столбца равна 1. Докажите, что из таблицы можно выбрать n положительных чисел, никакие два из которых не стоят ни в одном столбце, ни в одной строке.