

Многочлены – 1. Упражнения.

- 1) Поделите с остатком $x^5 + x^3 + x$ на $x^2 + 5x + 7$.
- 2) Разложите $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$ на линейные сомножители. (Указание. Попробуйте угадать корни.)
- 3) Найдите остаток от деления $x^{100} + 3x^{49} - 1$ на $x - 2$.
- 4) Найдите остаток от деления $x^{100} + 3x^{49} - 1$ на $x^2 - x - 2$.
- 5) Существует ли кубическое уравнение с целыми коэффициентами и корнями $1, 2 + 3i, 2 - 3i$?
- 6) Докажите единственность неполного частного и остатка при делении многочленов.
- 7)* Пусть многочлен $P(x) = x^3 + px + q$ имеет корни λ_1, λ_2 и λ_3 . Рассмотрим числа $\mu_k = \lambda_k^2 - a\lambda_k - b$. Обозначим через $Q(y)$ многочлен $(y - \mu_1)(y - \mu_2)(y - \mu_3)$. Выразите его коэффициенты через p, q, a и b . Найдите условия на a и b , при которых $Q(y)$ не содержит одночленов степеней 1 и 2. Полученный многочлен $Q(y) = y^3 - r$ называется *преобразованием Чирнгауза* многочлена $P(x)$.