

Тригонометрические функции. Теорема синусов

Напомним, что в прямоугольном треугольнике $a = c \sin \alpha$, $b = c \cos \alpha$, $a = b \operatorname{tg} \alpha$. Синус и косинус произвольного угла определяются с помощью тригонометрического круга, а тангенс и котангенс – как их отношение. Для любого α верно основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Из доказанных на спецкурсе формул $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$ и $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ следуют формулы приведения

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha \quad \sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \quad \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

и формулы двойного угла: $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

1. а) Синус угла треугольника равен $1/3$. Найдите его тангенс;
- б) Тангенс угла треугольника равен $1/3$. Найдите его синус.

Теорема синусов. $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$, где a, b, c – стороны треугольника,

α, β, γ – противолежащие углы, R – радиус описанной окружности.

2. Дан треугольник ABC , в котором $AC = \sqrt{2}$, $BC = 1$, $\angle ABC = 45^\circ$. Найдите угол BAC .
3. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна c , а острый угол равен α . Найдите длину биссектрисы, проведённой из вершины прямого угла.
4. Докажите с помощью теоремы синусов, что биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.
5. В треугольнике известны сторона c и два прилежащих к ней угла α и β . Найдите биссектрису, проведённую из вершины третьего угла.
6. Одна из боковых сторон трапеции образует с большим основанием угол α , а вторая равна a и образует с меньшим основанием угол β . Найдите среднюю линию трапеции, если меньшее основание равно b .

Домашнее задание

7. Составьте таблицу значений тригонометрических функций для углов $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ$. Некоторое время можно пользоваться ей как шпаргалкой, а потом запомнить. Записывать это задание в домашнюю тетрадь обязательно.
8. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна c , $\angle A = \alpha$. Найдите: а) высоту CH ; б) расстояние от точки H до катета BC .
9. Диагональ параллелограмма делит его угол на части в 30° и 45° . Найдите отношение сторон параллелограмма.
10. В треугольнике ABC известно, что $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$, $AB = c$; AD – биссектриса. Найдите BD .
11. Медиана треугольника равна m и образует с двумя его сторонами углы α и β . Найдите длины этих сторон.