

Контрольная работа – 27.10.09.

(Конечные геометрии и аффинные преобразования)

1. Существует ли конечная геометрия, не являющаяся ни гиперболической, ни аффинной, ни проективной, в которой выполняется аксиома о существовании и единственности прямой, проходящей через любые две точки, аксиома о наличии не менее двух точек на каждой прямой и аксиома о существовании трёх точек, не лежащих на одной прямой?
2. Верно ли, что всякий четырёхугольник можно перевести аффинным преобразованием в четырёхугольник, диагонали которого равны между собой и взаимно перпендикулярны?
3. Существует ли конечная проективная геометрия, в которой на каждой прямой лежит не менее трёх точек?
4. На сторонах параллелограмма $ABCD$ взяты точки A_1, B_1, C_1, D_1 так, что $AA_1 : A_1B = BB_1 : B_1C = CC_1 : C_1D = DD_1 : D_1A = k$, а на сторонах $A_1B_1C_1D_1$ взяты точки A_2, B_2, C_2, D_2 такие, что $A_1A_2 : A_2B_1 = B_1B_2 : B_2C_1 = C_1C_2 : C_2D_1 = D_1D_2 : D_2A_1 = 1 : k$. Докажите, что $A_2B_2C_2D_2$ – параллелограмм со сторонами, параллельными сторонам исходного параллелограмма $ABCD$.
5. Придумайте какой-нибудь критерий (необходимое и достаточное условие) того, что данные четырёхугольники $ABCD$ и $A'B'C'D'$ можно совместить аффинным преобразованием, и докажите этот критерий.
6. Выясните, что может быть образом параболы при аффинном преобразовании. *Подсказка: используйте всевозможные частные случаи аффинных преобразований, при действии которых образ параболы вы знаете.*

Контрольная работа – 27.10.09.

(Конечные геометрии и аффинные преобразования)

1. Существует ли конечная геометрия, не являющаяся ни гиперболической, ни аффинной, ни проективной, в которой выполняется аксиома о существовании и единственности прямой, проходящей через любые две точки, аксиома о наличии не менее двух точек на каждой прямой и аксиома о существовании трёх точек, не лежащих на одной прямой?
2. Верно ли, что всякий четырёхугольник можно перевести аффинным преобразованием в четырёхугольник, диагонали которого равны между собой и взаимно перпендикулярны?
3. Существует ли конечная проективная геометрия, в которой на каждой прямой лежит не менее трёх точек?
4. На сторонах параллелограмма $ABCD$ взяты точки A_1, B_1, C_1, D_1 так, что $AA_1 : A_1B = BB_1 : B_1C = CC_1 : C_1D = DD_1 : D_1A = k$, а на сторонах $A_1B_1C_1D_1$ взяты точки A_2, B_2, C_2, D_2 такие, что $A_1A_2 : A_2B_1 = B_1B_2 : B_2C_1 = C_1C_2 : C_2D_1 = D_1D_2 : D_2A_1 = 1 : k$. Докажите, что $A_2B_2C_2D_2$ – параллелограмм со сторонами, параллельными сторонам исходного параллелограмма $ABCD$.
5. Придумайте какой-нибудь критерий (необходимое и достаточное условие) того, что данные четырёхугольники $ABCD$ и $A'B'C'D'$ можно совместить аффинным преобразованием, и докажите этот критерий.
6. Выясните, что может быть образом параболы при аффинном преобразовании. *Подсказка: используйте всевозможные частные случаи аффинных преобразований, при действии которых образ параболы вы знаете.*

Контрольная работа – 27.10.09.

(Конечные геометрии и аффинные преобразования)

1. Существует ли конечная геометрия, не являющаяся ни гиперболической, ни аффинной, ни проективной, в которой выполняется аксиома о существовании и единственности прямой, проходящей через любые две точки, аксиома о наличии не менее двух точек на каждой прямой и аксиома о существовании трёх точек, не лежащих на одной прямой?
2. Верно ли, что всякий четырёхугольник можно перевести аффинным преобразованием в четырёхугольник, диагонали которого равны между собой и взаимно перпендикулярны?
3. Существует ли конечная проективная геометрия, в которой на каждой прямой лежит не менее трёх точек?
4. На сторонах параллелограмма $ABCD$ взяты точки A_1, B_1, C_1, D_1 так, что $AA_1 : A_1B = BB_1 : B_1C = CC_1 : C_1D = DD_1 : D_1A = k$, а на сторонах $A_1B_1C_1D_1$ взяты точки A_2, B_2, C_2, D_2 такие, что $A_1A_2 : A_2B_1 = B_1B_2 : B_2C_1 = C_1C_2 : C_2D_1 = D_1D_2 : D_2A_1 = 1 : k$. Докажите, что $A_2B_2C_2D_2$ – параллелограмм со сторонами, параллельными сторонам исходного параллелограмма $ABCD$.
5. Придумайте какой-нибудь критерий (необходимое и достаточное условие) того, что данные четырёхугольники $ABCD$ и $A'B'C'D'$ можно совместить аффинным преобразованием, и докажите этот критерий.
6. Выясните, что может быть образом параболы при аффинном преобразовании. *Подсказка: используйте всевозможные частные случаи аффинных преобразований, при действии которых образ параболы вы знаете.*