

Конечные геометрии

Определения.

Пересекающимися называют прямые, имеющие одну общую точку.

Прямые называют *параллельными*, если они не являются пересекающимися.

Аксиомы.

A1. Каждой прямой принадлежат по крайней мере две точки.

A2. Имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой.

A3. Через любые две точки проходит прямая, и притом только одна.

A4 - A. Через любую точку, не лежащую на данной прямой, проходит ровно одна прямая, параллельная данной.

A4 - P. Любые две прямые или совпадают, или пересекаются.

A4 - G. Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит не менее двух прямых, параллельных данной прямой.

Теоремы конечной аффинной геометрии.

T1. Если параллельные прямые имеют общую точку, то они совпадают.

T2. Существуют три прямые, попарно пересекающиеся в трех разных точках.

T3. Если прямая a параллельна прямой b , а прямая b – прямой c , то a и c параллельны.

T4. Любые две прямые содержат одинаковое число точек (равное *порядку* данной плоскости).

T5. Через любую точку плоскости проходит одинаковое число прямых: для плоскости порядка n это число равно $n + 1$.

T6. Если порядок плоскости равен n , то любая прямая плоскости принадлежит семейству (пучку), состоящему из n различных попарно параллельных прямых.

T7. Любая плоскость порядка n содержит n^2 точек и $n^2 + n$ прямых.

T8. Если число n простое или степень простого, то плоскость порядка n существует.

T9. Если число n при делении на 4 дает в остатке 1 или 2 и если в разложении этого числа на простые множители встречается в нечетной степени хотя бы одно простое число p вида $p = 4k + 3$, то конечной аффинной плоскости порядка n не существует.