Геометрия Галилея

Процессы, идущие с течением времени на прямой (плывущие по реке бутылки и т.д.), можно изображать графиками на плоскости. При этом один и тот же процесс можно изобразить по-разному в зависимости от выбора инерциальной системы отсчёта (ИСО), относительно которой рассматривается наш процесс. В соответствии с правилами перехода от одной ИСО на прямой к другой ИСО, два графика изображают один процесс («одинаковые» процессы) тогда и только тогда, когда один из графиков можно перевести в другой преобразованием плоскости вида

$$\begin{cases} t' = t + a; \\ x' = x + vt + b. \end{cases}$$

В ***геометрии Галилея*** изучаются свойства плоских фигур, сохраняющиеся при таких преобразованиях. То есть свойства, характеризующие сам физический процесс, а не только конкретное изображение этого процесса.

Плоскость Галилея — это обычная плоскость с фиксированной декартовой системой координат (t, x), на этой плоскости мы рисуем наши графики.

Движения плоскости Галилея – это преобразования вида

$$\begin{cases} t' = t + a; \\ x' = x + vt + b. \end{cases}$$

Движение будем называть ***параллельным переносом***, если $v = 0$, и ***сдвигом***, если $a = 0$ и $b = 0$. Любое движение плоскости Галилея можно представить в виде композиции сдвига и параллельного переноса.

Галилеево расстояние между точками (t_1, x_1) и (t_2, x_2) равно $t_2 - t_1$, если $t_1 \neq t_2$, и $x_2 - x_1$ в противном случае. Этот случай ($t_1 = t_2$) выделяют и говорят, что взято ***особое*** расстояние между точками. Галилеево расстояние между точками A и B будем обозначать $d(A, B)$ или просто AB.

Прямыми в геометрии Галилея называют обычные невертикальные прямые. Вертикальные прямые (задаваемые уравнениями вида $t = c$) называют ***особыми прямыми***, и не считают прямыми в геометрии Галилея.

Окружностью называют множество точек, удалённых от данной точки на (неособое) расстояние r или $-r$, где r – радиус окружности. Можно выделять ***правую*** и ***левую полуокружности***.

Длиной отрезка AB называют расстояние между его концами, то есть $d(A, B)$. В том числе ***длиной*** дуги полуокружности (иначе говоря, отрезка особой прямой) называют особое расстояние между её концами.

Величиной угла между (непараллельными и неособыми) прямыми называют (особую) длину дуги, высекаемой прямыми на правой полуокружности радиуса 1 с центром в точке пересечения прямых.

Точнее, если прямые l_1 и l_2 пересекаются в точке (t_0, x_0) и пересекаются с особой прямой $t = t_0 + 1$ в точках T_1 и T_2, то угол между прямыми l_1 и l_2 равен $\angle(l_1, l_2) = T_1T_2$.

Выражение $\angle ABC$ означает $\angle(AB, BC)$.

Угол между параллельными (в том числе совпадающими) прямыми считаем равным нулю.

Перпендикуляром из точки на прямую называют отрезок особой прямой, проходящей через данную точку, заключённый между данной точкой и данной прямой.

Расстоянием от точки до прямой называют (особую) длину перпендикуляра из точки на прямую. (Если точка расположена «ниже» прямой, то расстояние от точки до прямой будет положительно.) Обозначение: $d(A, l)$.

Расстоянием между параллельными прямыми называют (особое) расстояние между точками пересечения этих прямых с прямой $t = 0$. Обозначение: $d(l_1, l_2)$.

Треугольником (***многоугольником***) в геометрии Галилея называют любой (обычный) треугольник (многоугольник), у которого все стороны являются отрезками **неособых** прямых. (Ведь особые прямые не считаются прямыми, и «треугольник» со стороной, лежащей на особой прямой, – криволинейный. Он похож на сектор круга на евклидовой плоскости.)

Равнобедренным называют треугольник, имеющий две стороны одинаковой (по модулю) длины.

Высотами треугольника называют перпендикуляры из его вершин на противоположные стороны.