

**Периодические функции. Решение уравнений и неравенств на отрезке длиной в период.**

---

1. Проверочная работа. (из д/з) 5 минут.

2. Разбор домашнего задания

3. Периодические функции

Период функции. Периодическая функция. Основной период функции. Примеры – дробная часть числа, функция Дирихле, а также тригонометрические функции  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{ctg} x$ . Дома нужно будет прочитать определения и теоремы про периодические функции, законспектировать и доказать, что вышеназванные функции – периодические, так же найти их наименьший период.

Найдем основной период функции  $\sin \frac{kx}{n}$ :

$$f(x + T) = \sin \frac{k(x + T)}{n} = \sin \left( \frac{kx}{n} + \frac{kT}{n} \right) = \sin \frac{kx}{n} = f(x).$$

Это выполняется при  $\frac{kT}{n} = 2\pi$ , т. е.  $T = \frac{2\pi n}{k}$ . Чтобы доказать, что меньшего периода не существует, можно рассмотреть, например,  $f(0)$ .

Найдите основной период функции:

1.  $\sin x + \operatorname{tg} x$ ;

3.  $\sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{5} + 7$ ;

2.  $\sin 2x + \cos 7x + 5$ ;

4.  $\cos^2 x$ .

4. Решение уравнений и неравенств

1.  $\frac{\cos 2x}{1 + \operatorname{tg} x} = 0$ ; 2.  $\frac{\sin 2x}{\sin x} = \frac{\cos x}{\cos 2x}$ ;

3. Найти все решения уравнения, для которых  $|x| \leq 2\pi$ :  $\sqrt{\cos 2x + \sin 3x} = \sqrt{2} \cos x$ ;

4. Решите уравнение и укажите корни, лежащие на  $[6\pi; 8\pi]$ :  $\frac{\cos^2 3t}{\operatorname{tg} t} + \frac{\cos^2 t}{\operatorname{tg} 3t} = 0$ ;

5.  $6 \sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$ ;

6. Найдите корни уравнения, для которых  $\sin x \leq 0$ :  $\cos 7x + \sin 8x = \cos 3x - \sin 2x$ ;

7. Найдите наименьший положительный корень уравнения:  $\sin 3x + \sin 5x = \sin 4x$ ;

8. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения:  $\sin 2x \sin 6x = \cos x \cos 3x$ ;

9.  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$ .

5. Домашнее задание. Конспект главы Виленкина о периодических функциях, периоды  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{ctg} x$ , доделать задания листочка, из Саакяна: 1306, 1307, 400а, 408а, 411а.