

Тригонометрические уравнения и неравенства**1. Разбор домашнего задания****2. Контрольная работа №1 45 минут.**

I группа:

1) $\cos x + \cos 2x + \cos 4x = 0;$

2) $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x;$

3) $\sin x \operatorname{tg} x = \cos x + \operatorname{tg} x;$

4) $\frac{1}{\sin x} + \frac{\sqrt{3}}{\cos x} = 4;$

5) $4 \cos x + 1 + 4 \cos x \cos 3x = \cos 4x.$

II группа:

1) $\cos 5x = \cos 3x + \sin 4x;$

2) $\sqrt{3}(\cos x - \sin x) = 1 + \cos 2x - \sin 2x;$

3) $\operatorname{tg} 3x - 4 \sin x = \operatorname{tg} x;$

4) $2 \sin^2 x \cos^2 4x = \sin^2 x + \cos^2 4x;$

5) $\cos x(1 + 2 \sin x) = 2 + \cos x \sin^2 x.$

3. Решение простейших тригонометрических неравенств

1. $\sin x \geq \frac{1}{2};$

2. $\sin x < -\frac{\sqrt{3}}{2};$

3. $\cos x \geq -\frac{1}{2};$

4. $-\frac{\sqrt{3}}{2} < \cos x \leq \frac{1}{2};$

5. $\frac{1}{4} \leq \sin^2 x < \frac{3}{4};$

6. $\cos^2(2x + \frac{\pi}{6}) < \frac{1}{2}.$

Решения неравенств отбираются на круге. Нужно быть внимательным, чтобы не ошибиться с выбором дуги (против часовой стрелки, начало дуги должно задаваться меньшим углом, чем конец). Не всегда решения можно объединить в одно неравенство.

4. Доказательство неравенств. Устно

1. $\sin x \cos x \leq 0, 5;$

2. $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x \geq 2;$

3. $|\sin t| + |\cos t| \geq 1;$

4. $|\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2}.$

5. Доказательство неравенств. Письменно в тетрадях

1. $1 - 4 \sin \beta \sin(\beta + \frac{2\pi}{3}) \geq 0$;
2. $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos \alpha}} \leq 1$ (Усильте неравенство);
3. $\frac{\sqrt{3}}{8} < \sin 20^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ < \frac{1}{4}$;
4. $\sin^{13} x + \cos^{15} x \leq 1$;
5. $(1 + \sin y + \cos y)(1 - \sin y + \cos y)(1 + \sin y - \cos y)(\sin y + \cos y - 1) \leq 1$;
6. $\operatorname{tg} 1^\circ + \operatorname{tg} 2^\circ + \dots + \operatorname{tg} 89^\circ > 89$;
7. $|\sin(\cos x)| < \frac{\sqrt{3}}{2}$;
8. $\sqrt{0,5 + 0,5\sqrt{0,5 + 0,5\cos 2\alpha}} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$;
9. $|1 + 2\sqrt{3}\sin \alpha \cos \alpha - 2\cos^2 \alpha| \leq \frac{a^4 + 1}{a^2}$ где $a \neq 0$;
10. $\left| \frac{1 - \cos^2 t}{\sin t + \cos t} + \frac{1 - \sin^2 t}{\cos t + \sin t} \right| > 0,7$.

6. Найдите множество значений функции:

- | | |
|---|---|
| 1. $y(x) = 5 \cos^2 x - 12 \sin x \cos x$; | 4. $y(x) = \frac{1}{\sin^6 x + \cos^6 x}$; |
| 2. $f(x) = 2 \sin(\frac{\pi}{12} + 4x) \cos(4x - \frac{2\pi}{3})$ | 5. $f(x) = \cos^2 x - \sin x$. |
| 3. $f(t) = \cos 2t - 8 \cos t$; | |

7. Решите неравенство:

- | | |
|--|---|
| 1. $\cos(\frac{\pi}{5} - 2x) \leq \frac{1}{2}$; | 4. $\sqrt{5 - 2 \sin x} \geq 6 \sin x - 1$; |
| 2. $\sqrt{3} \cos x > \sin x + 1$; | 5. $\cos 2x \cos x < \sin 6x \sin 7x$; |
| 3. $2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2 \geq 0$; | 6. $\sin^3 x - \cos^3 x \leq \sin x \cos x + 1$. |

8. Домашнее задание. Разное в разных группах – доделать, что не успели.