

**9 "В", геометрия, 06 февраля, домашнее задание.**

- 1) На плоскости даны точки  $A$  и  $B$ . Найдите ГМТ  $C$  таких, что  $AC^2 - BC^2 = d^2$ , где  $d^2$  — данное положительное число.
- 2) На плоскости даны точки  $A$  и  $B$ . Найдите ГМТ  $C$  таких, что медиана  $AD$  треугольника  $ABC$  равна его стороне  $BC$ .
- 3) Методом координат решите задачу.  $CD$  — высота равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AC = BC$ ). Из точки  $D$  на сторону  $BC$  опущен перпендикуляр  $DE$ . Точка  $M$  — середина  $DE$ . Докажите, что  $AE \perp CM$ .
- 4) Дан треугольник со сторонами  $a, b, c$  и радиусом описанной окружности  $R$ . Найдите расстояние между центром описанной окружности и центроидом треугольника и с помощью этого вычисления докажите неравенство:  
$$a^2 + b^2 + c^2 \geqslant 9R^2$$
. Установите, когда оно обращается в равенство.
- 5) На боковых сторонах  $AD$  и  $BC$  трапеции  $ABCD$  взяты точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\frac{AM}{MD} = \frac{CN}{NB}$ . Прямая  $MN$  пересекает диагонали  $AC$  и  $BD$  соответственно в точках  $P$  и  $Q$ . Докажите, что  $MP = QN$ .