

9 "В", геометрия, 10 октября, домашнее задание.

- 1) К двум окружностям проведены четыре общие касательные — две внешние и две внутренние. Докажите, что середины отрезков этих касательных лежат на одной прямой.
- 2) Через точку общей хорды двух окружностей проведены хорда одной из них и хорда другой. Докажите, что концы проведённых хорд лежат на одной окружности.
- 3) На диаметре AC окружности ω_1 выбрана точка B . На отрезке AB как на диаметре построена окружность ω_2 . Касательная к ω_2 в точке B пересекает ω_1 в точках D и E . Из точки C проведена касательная CK к ω_2 . Докажите, что $CD = CE = CK$.
- 4) На боковых сторонах трапеции как на диаметрах построено по окружности. Докажите, что точка пересечения диагоналей трапеции лежит на их радикальной оси.
- 5) Даны окружности ω_1 и ω_2 , лежащие одна вне другой. Пусть A — точка пересечения их общих внешних касательных. Окружности ω_3 и ω_4 внешне касаются каждой из окружностей ω_1 и ω_2 , а сами пересекаются в точках B и C . Докажите, что точки A , B и C лежат на одной прямой.
- 6) Продолжения противоположных сторон четырёхугольника, вписанного в окружность ω , пересекаются в точках P и Q . Докажите, что из касательных, проведённых от этих точек к ω , и отрезка PQ можно построить прямоугольный треугольник.
- 7) В неравностороннем треугольнике ABC вершинам A и B ставится в соответствие точка C' пересечения прямой AB и прямой, соединяющей основания высот треугольника ABC , опущенных из A и из B . Аналогично строятся точки A' и B' . Докажите, что A' , B' и C' лежат на одной прямой.