

9 "В", геометрия, 26 сентября, задачи на урок.

- 1) Окружность проходит через конец и середину отрезка. Во сколько раз касательная к этой окружности, проведённая из другого конца отрезка, короче этого отрезка?
- 2) В окружность вписан четырёхугольник $ABCD$, $BC = CD$, $AC \cap BD = Q$, $AQ = 9$, $QC = 3$. Найдите BC .
- 3) Прямая l касается окружности в точке A . В окружности проведена хорда BC . Расстояние от её концов до прямой l равны 1 и 2. Каково расстояние от A до прямой BC ?
- 4) На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ выбрана произвольная точка K . Прямая AK пересекает прямые BC и DC в точках M и L . Докажите, что $AK^2 = KM \cdot KL$.
- 5) В трапецию $ABCD$ вписана окружность радиуса R , касающаяся оснований AD и BC в точках P и Q соответственно. Докажите, что $AP \cdot BQ = R^2$.
- 6) (Ещё о ней же.) Пусть окружность касается стороны AB в точке T , а отрезки AQ и BP пересекаются в точке Y . Докажите, что $YT \parallel AD$.
- 7) На высотах BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC отмечены точки B_2 и C_2 соответственно так, что $\angle AB_2C = \angle AC_2B = 90^\circ$. Докажите, что $AB_2 = AC_2$.
- 8) В треугольнике ABC со сторонами a , b и c и противолежащими им углами α , β и γ выполнено соотношение $2\alpha + \beta = \gamma$. Докажите, что тогда $a^2 + bc = c^2$.
- 9) Через произвольную точку P на стороне AC треугольника ABC параллельно его медианам AK и CL проведены прямые, пересекающие стороны BC и AB в точках E и F соответственно. Докажите, что медианы AK и CL делят отрезок EF на три равные части.

9 "В", геометрия, 26 сентября, домашнее задание.

- 1) Докажите, что если три равные хорды окружности пересекаются в одной точке, то это диаметры.
- 2) В треугольнике ABC проведена биссектриса CL . На стороне CB отмечена точка P так, что $\angle CLP = \angle BAC$. Укажите на чертеже две пары подобных треугольников. Для каждой пары укажите тип подобия (поворотная гомотетия или гомотетия с симметрией).
- 3) Пользуясь результатами предыдущей задачи, докажите, что $CL^2 = CA \cdot CB - LA \cdot LB$ (формула для длины биссектрисы).
- 4) В треугольнике ABC со сторонами $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ известно, что $\angle A = 2\angle B$. Найдите соотношение между a , b и c .
- 5) Прямая пересекает общую хорду двух окружностей. Эта хорда и окружности высекают на прямой четыре отрезка, длины которых последовательно равны a , b , c и d . Найдите соотношение между этими величинами.
- 6) Высота разбивает прямоугольный треугольник, радиус вписанной окружности которого равен r , на два треугольника, радиусы вписанных окружностей которых равны r_1 и r_2 . Докажите, что $r_1^2 + r_2^2 = r^2$.
- 7) (Ещё о том же.) Докажите, что расстояние от центра вписанной окружности исходного треугольника до вершины его прямого угла равно расстоянию между центрами двух других окружностей, упомянутых в предыдущей задаче.