

Числовые закономерности.

Теория и разминка

- 1) Угадайте следующее число: 1; 2; 3; 4; 5; 6; ...

Какой там ответ, 7, что ли? а я вот лично считаю, что там дальше идёт 100 :), ну докажите мне, что я неправ! Вам не кажется сама постановка задачи бессмысленной?

- 2) Дан ряд чисел: 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; ... Какое число идёт следующим? Какое число стоит в этом ряду на 10-месте? на 43-м месте? на n -ом месте?

*Такие числовые конструкции принято называть **последовательностями**. Иногда последовательность обрывают на каком-то числе, но вообще говоря последовательность всегда можно бесконечно продолжать. Последовательность в целом обозначают, как правило, латинской буквой (допустим, у нас b). Первое число принято называть **первым членом** последовательности (и писать $b_1 = 7$), второе — вторым членом ($b_2 = 14$), и так далее. Решив задачу, мы найдём b_n и, тем самым, зададим **последовательность формулой**.*

- 3) Напишите первые шесть членов последовательности, заданной формулой:

$$\text{а) } a_n = n^2 - 3n; \quad \text{б) } b_n = \frac{1}{n+1}; \quad \text{в) } a_n = (-1)^n.$$

- 4) Напишите формулу для последовательности 0; 2; 0; 2; 0; 2; 0; ...

Если будет трудно, посмотрите, как решалась задача 3в.

...

*Есть другая идея описания последовательности. Первый член (или первые несколько членов) явно выписывают, а потом указывают правило, по которому следующий член выражается через предыдущие. По такому принципу можно новые члены выписывать до бесконечности. Например, в задаче 1 можно договориться, что $a_1 = 1$ и $a_{n+1} = a_n + 1$. Такой способ описания последовательности называется **рекуррентным**.*

- 5) Задайте рекуррентно последовательность из предыдущей задачи.

Упражнения

- 6) Задайте последовательность $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \dots$ формулой.

- 7) Задайте последовательность 9; 16; 25; 36; 49; ... формулой.

- 8) Задайте последовательность 3; 5; 9; 17; 33; 65; 129; ... рекуррентно. Задайте её же формулой. Какое задание Вам показалось легче?

- 9) Задайте последовательность 0, 3; 0, 33; 0, 333; 0, 3333; 0, 33333; 0, 333333; ... рекуррентно.

- 10) Миша посмотрел на свои оценки по математике и ужаснулся: 5; 2; 5; 2; 5; 2; 5; ... Задайте рекуррентно и формулой последовательность его оценок.

- 11) Последовательность задана рекуррентно: $s_1 = 1$, $s_{n+1} = |2s_n - 11|$. Найдите s_{1543} .

- 12) Венья записал свой номер телефона, потом прибавил к нему свой номер ICQ, потом к результату снова прибавил номер ICQ, потом ещё раз номер ICQ и так далее. Он дал себе зарок продолжать это безумное занятие до тех пор, пока в записи полученного числа не появится цифра 0. Выясните, удастся ли Венье такое число получить, или он обрёт себя на вечные муки?