Гимназия №1543. 8-В класс. Геометрия – 25. 17 января 2009г.

Применение площади для доказательстве теорем

1. Пусть X – точка на стороне AC треугольника ABC, K – точка на отрезке BX. Докажите, что $S_{ABK}:S_{CBK} = AX:CX$.
2. Докажите с помощью площади, что три медианы треугольника пересекаются в одной точке.

Теорема Чевы (1678 г.) *Пусть на сторонах AB, BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки C_1, A_1 и B_1, причем отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке. Тогда* $\boxed{\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1}$

3. Сформулируйте и докажите теорему, обратную теореме Чевы.
4. Докажите с помощью обратной теоремы Чевы, что три биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.
5. Докажите с помощью обратной теоремы Чевы, что три отрезка, соединяющие вершины треугольника с точками касания вписанной окружности, пересекаются в одной точке. Эта точка называется ***точкой Жергона*** треугольника ABC.
6. Докажите, что высоты а) параллелограмма; б) треугольника обратно пропорциональны сторонам, к которым они проведены.
7. Докажите с помощью площади, что биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.
8. На стороне BC треугольника ABC взяты такие точки D и E, что BD : DE : EC = 2 : 1 : 2. Прямая, проходящая через точку B, пересекает отрезки AD, AE и AC соответственно в точках O, P и K. При этом AP : PE = 3 : 1. Найдите $S_{AOP} : S_{ABC}$.

Домашнее задание

9. Докажите, что три отрезка, соединяющие вершины треугольника с точками касания вневписанных окружностей, пересекаются в одной точке. Эта точка называется ***точкой Нагеля*** треугольника ABC.
10. На стороне AC треугольника ABC взяты такие точки D и E, что AD : DE : EC = 1 : 2 : 3. Медиана AK пересекает отрезки BD и BE соответственно в точках O и T. Площадь треугольника AOD равна 1 см^2. Найдите площадь треугольника TBK.
11. Как через вершину данного а) треугольника; б) параллелограмма провести прямую, делящую его площадь в отношении 2:3?
12. Через точку P, лежащую на стороне BC треугольника ABC проведены прямые, параллельные двум другим сторонам и пересекающие стороны AB и AC соответственно в точках M и K. Докажите, что треугольники CPM и PBK равновелики.
13. Катеты прямоугольного треугольника равны *a* и *b*, а гипотенуза – *c*. Чему равна его высота, опущенная на гипотенузу?