Контрольная работа №4

Сравнения по модулю

8в класс, 17 ноября 2007

1. Найдите остаток при делении на 199 числа 198^{2001}.

2. Какой остаток при делении на 10 даёт число a, если $a \equiv -8 \pmod{10}$?

3. Пусть p — простое число. Докажите, что если a не делится на p, и $0 \leqslant x < p$, $0 \leqslant y < p$, $x \neq y$, то $ax \not\equiv ay \pmod{p}$.

4. Найдите все x, удовлетворяющие условию а) $34x \equiv 17 \pmod{5}$;
б) $111x \equiv 333 \pmod{148}$; в) $5x \equiv 1 \pmod{17}$.

5. Какое натуральное число нужно добавить к $(n^2+1)^{1000}(n^2-1)^{1000}$, чтобы результат делился на натуральное n?

6. Назовём натуральное число n удобным, если n^2+1 делится на 1000001. Докажите, что среди чисел 1, 2, …, 1000000 чётное число удобных.

7. Пусть m — некоторое составное натуральное число. Приведите хотя бы две пары разных a и b, при которых уравнение $ax \equiv b \pmod{m}$ не имеет решения.

8. Найдите минимальное значение выражения $|9^k - 5^l|$ (k и l — натуральные).