

Занятие 50 (25/04/2008)

Параллельность и перпендикулярность векторов

6.57. A, B, C, D — произвольные точки. Докажите, что $\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{BC} \cdot \overline{AD} + \overline{CA} \cdot \overline{BD} = 0$.

6.58. Точка K — середина стороны AB квадрата $ABCD$, а точка M лежит на диагонали AC , причём $AM : MC = 3 : 1$. Докажите, что $\angle KMD = 90^\circ$.

6.59. Докажите, что если диагонали некоторого четырёхугольника перпендикулярны, то и диагонали любого другого четырёхугольника с такими же длинами сторон тоже перпендикулярны.

6.60. Точка K — середина стороны AB квадрата $ABCD$, а точка M лежит на диагонали AC , причём $AM : MC = 3 : 1$. Докажите, что $\angle KMD = 90^\circ$.

6.61. Даны точки A, B, C и D . Докажите, что $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 \geq AC^2 + BD^2$, причём равенство достигается только, если $ABCD$ — параллелограмм.

6.62. Точка D лежит на стороне AB треугольника ABC . Докажите, что $AB \cdot CD^2 = AD \cdot CB^2 + BD \cdot CA^2 - AD \cdot BD \cdot AB$.