

Занятие 43 (24/03/2008)

Координаты вектора

Теорема Любой вектор можно представить в виде линейной комбинации двух данных неколлинеарных векторов, причём единственным образом.

6.23. Точка M лежит на диагонали AC параллелограмма $ABCD$, $AM : MC = 4 : 1$. Разложите вектор \overrightarrow{AM} по векторам \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} .

6.24. Векторы \vec{a} и \vec{b} не коллинеарны. Найдите числа x и y , удовлетворяющие равенствам:

а) $3\vec{a} - x\vec{b} = y\vec{a} + \vec{b}$; б) $x\vec{a} + 3\vec{b} - y\vec{b} = \vec{0}$; в) $\vec{a} + \vec{b} - 3y\vec{a} + x\vec{b} = \vec{0}$.

6.25. Точка M — середина стороны BC параллелограмма $ABCD$. Выразите вектор \overrightarrow{AM} через векторы \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{BD} .

Определение Координатами вектора называются коэффициенты его разложения по базисным векторам.

Теорема

Нулевой вектор имеет координаты $\{0; 0\}$, базисные вектора — $\{1; 0\}$ и $\{0; 1\}$.

Координаты вектора, противоположно направленного данному вектору, равны числам, противоположным координатам данного вектора.

Координаты суммы (разности) векторов равны суммам (разностям) соответствующих координат этих векторов.

Координаты вектора, умноженного на число, равны соответствующим координатам, умноженным на это число.

Определение Если на плоскости задана точка (*начало координат*) и два неколлинеарных вектора (*базис*), то говорят, что на плоскости задана *аффинная система координат*. Прямые, проходящие через начало координат, называются *осями координат*: первая — осью *абсцисс*, вторая — осью *ординат*. Пусть O — начало координат, A — произвольная точка. Вектор \overrightarrow{OA} называется *радиус-вектором* точки A . *Координатами точки* называются координаты её радиус-вектора. Если базисные векторы перпендикулярны друг другу, а их длины равны, система координат называется *Декартовой*.

Теорема Координаты вектора равны разностям соответствующих координат его конца и начала.

Теорема Два вектора коллинеарны тогда и только тогда, когда их координаты пропорциональны.

6.26. Даны векторы: $\vec{a} = \{3; 7\}$; $\vec{b} = \{-2; 1\}$; $\vec{c} = \{6; 14\}$; $\vec{d} = \{2; -1\}$; $\vec{e} = \{2; 4\}$. Найдите среди них пары коллинеарных.

6.27. Даны точки $A(1; -1)$, $B(-5; 1)$, $C(3; 2)$. Найдите координаты вершины D параллелограмма $ABCD$.

6.28. Найдите координаты середины отрезка с вершинами $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$.

6.29. Пусть $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ — вершины отрезка, который делится точкой N в отношении $AN : NB = p : q$. Найдите координаты точки N .

6.30. Найдите координаты точки пересечения медиан треугольника ABC с вершинами $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$.

6.31. Точка $A(-2; 4)$ является вершиной квадрата $ABCD$, диагонали которого пересекаются в начале координат. Найдите координаты остальных вершин квадрата.